

Aufgaben und Lösungen zu der Vorlesung Physik der Halbleitertechnologie

Gerhard Franz

ISBN 978-3-943872-05-7

18. Februar 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Diffusion	1
1.1	Vakuumtechnik	1
1.2	Diffusion	3
2	Das Plasma	5
2.1	Debye-Länge	5
3	Ladungsträger	7
3.1	Streuquerschnitte	7
3.2	Diffusion	10
4	DC-Anregung	13
5	HF-Anregung	17
5.1	Allgemeines	17
5.2	Kapazitive Entladungen	21
5.3	Induktive Entladungen	24
5.4	ECR-Anregung	27
5.5	Plasmaschwingungen	28
6	Materie im elektromagnet. Wechselfeld	35
7	Sputtern	41
8	RIE	45
8.1	Chemie	45
8.2	Loading-Effekt und Microfeatures	52
8.3	Endpunkterkennung	54
9	Plasmadiagnostik	57
9.1	Bulk-Temperatur	57
9.2	Elektronentemperatur	57
	Literaturverzeichnis	59

1 Diffusion

1.1 Vakuumtechnik

Aufgabe 1.1 Bestimmen Sie die mittlere freie Weglänge λ für N_2 bei Standardbedingungen (1 atm und 0°C ; $d(N_2) = 3,74 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$)!

Lösung.

$$\sigma = \pi d^2 \vee \sigma = 4\pi r^2, \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n\sigma}. \quad (2)$$

n ergibt sich zu $2,69 \cdot 10^{16}/\text{cm}^3$, und daraus folgt ein Wert für λ von 59,8 nm (etwa 320 Radien), entsprechend bei einem Druck von 1 mTorr ein Wert von 4,56 cm.

Aufgabe 1.2 Bei welchen Drücken werden die MFPs von Stickstoff und von Wasserstoff bei 20°C und bei 550°C größer als 1 cm [$d(\text{H}_2) = 2,47 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, $d(\text{N}_2) = 3,74 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$] ?

Lösung. Umrechnen von Standardbedingungen auf die beiden Temperaturen ergibt $n(293 \text{ K}) = 2,51 \cdot 10^{19}$ bzw. $n(823 \text{ K}) = 0,892 \cdot 10^{19}/\text{cm}^3$, also mit

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\pi n d^2} \vee \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{4\pi n r^2} \quad (1)$$

entsprechend für Wasserstoff 8,97 mTorr = 0,12 Pa bei 20°C bzw. 3,87 mTorr = 0,52 Pa für 550°C , bei Stickstoff lauten die Werte 4,98 mTorr 0,66 Pa bzw. 16,9 mTorr = 2,25 Pa.

Aufgabe 1.3 Was ist der maximale Enddruck, den eine 1000 l/s-Turbopumpe erreichen kann, wenn der Druck in einem 150 l-Reaktor in 10 min von $2 \cdot 10^{-7}$ auf $1 \cdot 10^{-4}$ Torr ansteigt?

Lösung.

$$Q = \frac{V \cdot \Delta p}{t} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ l Torr/sec.} \quad (1)$$

$$p_{\text{ult}} = \frac{Q}{S} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Torr} : \quad (2)$$

die Pumpe ist — was das Erreichen des Endvakuums angeht — überdimensioniert.

Aufgabe 1.4 Eine Drehschieberpumpe wird durch die Parameter Saugvermögen, Massendurchfluß und Saugleistung charakterisiert. Bestimmen Sie die beiden letzten Parameter für folgende Bedingungen:

1. Saugvermögen $S_V = 65 \text{ m}^3/\text{h}$;
2. Enddruck $p = 1 \text{ Pa}$;
3. Temperatur $T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$.

Lösung.

1. $S_m = \rho S_V$, also muß die Dichte bestimmt werden: Das Molgewicht von Luft ist 29 g, die Temperatur 300 K, das Standardvolumen bei 273 K 22,4 l. Daraus ergibt sich nach dem idealen Gasgesetz eine Dichte von 1,29 g/l, bei 1 Pa also 12,9 $\mu\text{g}/\text{l}$. S_V , umgerechnet auf Sekunden, ist 18,1 l/sec. Damit ergibt sich ein Massendurchfluß S_m von 0,233 mg/sec.
2. $S_L = p S_V = 18,1 \text{ Pa l/sec} = 18,1 \cdot 10^{-3} \text{ N m/sec} = 18,1 \text{ mW}$.

Aufgabe 1.5 Wie sind die Strömungsverhältnisse in einem Vakuumreaktor, der einen Durchmesser von 50 cm hat, und der bei einem Druck von 10 Pa betrieben wird? Die Temperatur des Gases beträgt 300 K, $\eta(273 \text{ K}) : 17,1 \mu\text{Pa sec}$, molekulare Luftmasse: 29 g.

Lösung.

$$\lambda = \frac{\eta}{0,499 \langle v \rangle \rho}, \quad (1)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 468 \text{ m/sec}, \quad (2)$$

$$n(\text{Luft}, 300 \text{ K}) = 1,18 \text{ g/l}, \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{17,1 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 468 \cdot 1,18} \text{ m}, \quad (4)$$

$$\lambda = 6,2 \cdot 10^{-8} \text{ m bei 1 bar}, \quad (5)$$

also bei 10 Pa 0,6 mm: viskoser Fluß.

Aufgabe 1.6 Wie sind die Strömungsverhältnisse in einem Vakuumschlauch, der einen Durchmesser von 100 mm (NW 100) hat, und der bei einem Druck von 10^{-6} mbar betrieben wird? Die Temperatur des Gases beträgt 300 K, $\eta(273\text{ K}) : 17\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$, molekulare Luftmasse: 29 g.

Lösung. Das MFP ist nun um 5 Größenordnungen größer, also etwa 60 m: molekulare Strömung, der Gültigkeitsbereich der kinetischen Gastheorie ist längst verlassen.

1.2 Diffusion

Aufgabe 1.7 Nach dem Diffusionsgesetz ist die zweite Ortsableitung der Dichte proportional ihrer zeitlichen Änderung. Einen linearen Dichtegradienten vorausgesetzt, der ja nach dem 1. FICKSchen Gesetz mit einem Teilchenstrom verbunden ist: wie paßt das zusammen?

Lösung. Für einen linearen Konzentrationsgradienten $\partial c/\partial x$, d. h. $m = \text{const.}$, verschwindet die zweite Ableitung $\partial^2 c/\partial x^2$, damit kann keine zeitliche Änderung der Konzentration eintreten, und der Teilchenstrom müßte ebenfalls verschwinden.

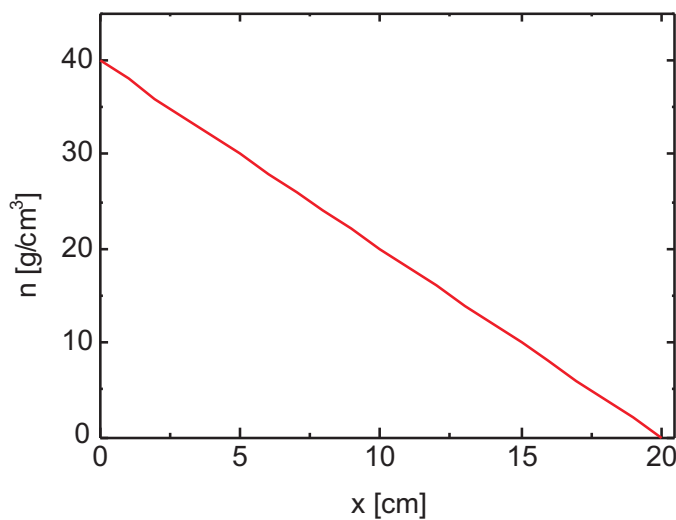


Abb. 1.1. Bei einem linearen Konzentrationsgradienten verschwindet $\partial^2 c/\partial x^2$. Also muß $\partial c/\partial t$ ebenfalls Null werden?

Der Ausweg aus diesem Dilemma liegt in der Ableitung des 2. FICKSchen Gesetzes aus dem 1., nämlich durch die Kontinuitätsgleichung. Dabei wird ja eine Quellen- und Senkenfreiheit gefordert. Die ist aber nicht vorhanden. Am Ende der Meßstrecke häufen sich die Teilchen nicht an, sondern sie verschwinden (Ladungsträger etwa werden angesaugt und auf der anderen Seite der Spannungsquelle wieder dem System zugefügt).

2 Das Plasma

2.1 Debye-Länge

Aufgabe 2.1 Bestimmen Sie die DEBYE-Länge in einem Plasma für Elektronen

- $T_e: 4 \text{ eV}, n_e: 10^8/\text{cm}^3: 14,9 \times 10^{-2} \text{ cm};$
- $T_e: 2 \text{ eV}, n_e: 10^9/\text{cm}^3: 33,3 \times 10^{-3} \text{ cm};$
- $T_e: 10 \text{ eV}, n_e: 10^6/\text{cm}^3: 2,35 \text{ cm}.$

Aufgabe 2.2 Wie hoch ist für diese Längen die Anzahl der Elektronen innerhalb der DEBYE-Kugel ($4\pi/3 \times \lambda_D^3$)?

Lösung.

- $V_D = 13,9 \text{ mm}^3 = 13,9 \times 10^{-3} \text{ cm}^3;$
- $V_D = 154,7 \times 10^{-3} \text{ mm}^3 = 154,7 \times 10^{-6} \text{ cm}^3;$
- $V_D = 54400 \text{ mm}^3 = 54,4 \text{ cm}^3.$

Daraus folgt für die Zahl der Elektronen innerhalb der DEBYE-Kugel:

- $N = 1,39 \times 10^6$ Elektronen;
- $N = 154,7 \times 10^3$ Elektronen;
- $N = 54,4 \times 10^6$ Elektronen.

Aufgabe 2.3 Wie groß ist der mittlere Elektronenabstand und das Verhältnis $a = \lambda_D/r$?

$$r = \sqrt[3]{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

Lösung.

- $\sqrt[3]{10} \times 10^{-3} \text{ cm} = 2,15 \times 10^{-3} \text{ cm} \Rightarrow a = 67,5$;
- $\sqrt[3]{1} \times 10^{-3} \text{ cm} = 1 \times 10^{-3} \text{ cm} \Rightarrow a = 32,5$;
- $\sqrt[3]{1} \times 10^{-2} \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ cm} \Rightarrow a = 228$.

Aufgabe 2.4 Warum ist in unseren Plasmen die Elektronentemperatur viel höher als die Iontemperatur?

Lösung. Die Elektronen werden durch verschiedene Mechanismen aufgeheizt. Die Abgabe an Energie über elastische Stöße an die schweren Ionen ist sehr ineffektiv (LANGEVINScher Energieverlust-Parameter). So ist der Streuquerschnitt der unelastischen Streuung zwar kleiner, hier wird aber wesentlich mehr Energie ausgetauscht.

3 Ladungsträger

3.1 Streuquerschnitte

Aufgabe 3.1 Bestimmen Sie die Mittlere Freie Weglänge für einen Moleküldurchmesser d von 5 \AA und einen Druck von 1 atm bzw. 1μ (1 mTorr)!

Lösung. Die Teilchenzahldichte beträgt bei 1 atm und 300 K $2,5 \cdot 10^{19}/\text{cm}^3$. Damit ergibt sich mit

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{n\pi d^2} \quad (1)$$

eine Wert von

- 510 \AA bei 1 atm und
- $3,88 \text{ cm}$ bei 1 mTorr ($0,13 \text{ Pa}$).

Aufgabe 3.2 Schätzen Sie ab, welcher Bruchteil eines Neutronenstrahls beim Durchtritt durch einen Riegel von 1 cm Dicke gestreut worden ist! Dabei ist der Durchmesser eines Atoms in der Größenordnung von 1 \AA und der Kerndurchmesser fünf Größenordnungen darunter, und nur direkte Stöße führen bei Vernachlässigung der magnetischen WW zu einer Ablenkung.

Lösung. In einer Schicht von 1 cm Dicke sind 10^8 Atomlagen gestapelt. Da das Radienverhältnis von Kern/Atom 10^{-5} beträgt, ist die Flächenbelegung der Kerne 10^{-10} der Gesamtfläche. Also ist bei einer Dicke von 10^8 Atomen eine Streuung an jedem hundertsten Kern zu erwarten.

Aufgabe 3.3 In einer Sputterkammer beträgt der Druck der Entladung zwischen 5 und 40 mTorr (1 bis 5 Pa), und der Abstand Target/Substrat l typisch 10 cm . Bestimmen Sie mit dem BEER-LAMBERTSchen Gesetz den Bruchteil der Molekeln, die ungestreut diese Strecke zurücklegen würden, wenn $l/\lambda = 0,1$ bzw. $l/\lambda = 1$!

Lösung.

$$N = N_0 e^{-l/\lambda}. \quad (1)$$

- $\frac{l}{\lambda} = 0,1 : \frac{N}{N_0} = 0,905.$
- $\frac{l}{\lambda} = 1 : \frac{N}{N_0} = 0,368.$

In Wirklichkeit ist aber selbst bei niedrigsten Drücken λ nur etwa $\frac{1}{3}$ des Abstandes Target/Substrat!

Aufgabe 3.4 1. Wie unterscheiden sich Streuquerschnitte für Anregungen mit und ohne Schwellenenergie (BETHE-Formel)?

2. Diskutieren Sie die Konsequenzen für den Streuquerschnitt für den elastischen Stoß und denjenigen für die Ionisation, jeweils von Elektronen mit neutralen Ar-Molekeln!

Lösung.

1. Die Energieabhängigkeit ist derart, daß in jenem Fall ein Maximum jenseits etwa der doppelten Schwellenenergie, in diesem Fall für einfache Gase (Wasserstoff und Helium) das Maximum bei $E = 0$ zu finden ist, für alle anderen Gase wird ein ähnlicher Verlauf wie im Falle des unelastischen Streuquerschnitts beobachtet, weil ein Einfluß der äußeren Elektronenschalen auftritt. Bei niedrigen Elektronenenergien dagegen beobachtet man bei allen anderen Gasen den RAMSAUER-Effekt.
2. Das bedeutet für den elastischen Stoß (H_2 und He), daß der Einfluß des Streuquerschnitts bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten am höchsten ist, sonst bei mittleren Geschwindigkeiten.

Aufgabe 3.5 Was ist der Grund, daß die Maxima der Streuquerschnitte für den unelastischen Stoß alle zwischen 100 und 150 eV liegen? Rechnen Sie die DE BROGLIE-Wellenlänge für ein Elektron aus und ziehen Sie die nötigen Schlußfolgerungen!

Lösung. Bei dieser Energie entspricht die DE BROGLIE-Wellenlänge den atomaren Dimensionen. Daher wird die Elektronenwelle hier am stärksten gestreut:

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (1)$$

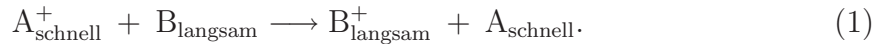
Bei einer Energie von 100 eV ($= 1,6 \cdot 10^{-17}$ J) ist dann der Impuls

$$p = \sqrt{2m_e E} = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-17}} = 5,4 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/sec.} \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{5,4 \cdot 10^{-24}} = 1,2 \text{ \AA.} \quad (3)$$

Aufgabe 3.6 Was ist ein Charge-Transfer? Begründen Sie mit einem Argument aus der Mechanik die Effizienz des resonanten Charge-Transfers!

Lösung. Ein Übertrag von Ladung ohne Übertrag von kinetischer Energie:



Der Energieübertrag ist bei gleich schweren Massen maximal. Daher ist der *resonante Charge-Transfer* ähnlich effizient wie Elektronenstöße, obwohl die Energie der stoßenden Partikeln um Größenordnungen niedriger als die der Elektronen ist.

Aufgabe 3.7 Definieren Sie

- α -Ionisation,
- β -Ionisation!

Lösung. Mit α und β wird die Zunahme des Elektronenstroms in Abhängigkeit vom Kathodenabstand beschrieben, ausgelöst durch Stoßionisation entweder von Elektronen oder Ionen:

- α -Ionisation: $e^- + A_2 \longrightarrow A_2^+ + 2e^-$,
- β -Ionisation: $A_2^+ + A_2 \longrightarrow 2 A_2^+ + e^-$.

Auf dem Weg von der Kathode zur Anode erhöht sich so der Elektronenstrom lawinenartig um

$$I = I_0 \exp(\alpha d) \quad (1)$$

mit I_0 dem Wert an der Kathode und d dem Elektrodenabstand (s. Abb. 2.1).

Aufgabe 3.8 Vergleichen Sie die Energieabhängigkeit von Streuquerschnitten der Ionisation von Elektronen und Molekeln. Warum ist die Ionisationswahrscheinlichkeit im Plasma trotz nahezu gleicher Abhängigkeit und auch Maximalwerten so unterschiedlich?

Lösung. Die Geschwindigkeit der Molekeln ist deutlich geringer als die der Elektronen, daher bewegt man sich beim Streuquerschnitt der Anregung durch Molekeln (β -Ionisation) auf dem linken, ansteigenden Ast ganz am Anfang bei sehr kleinen Werten.

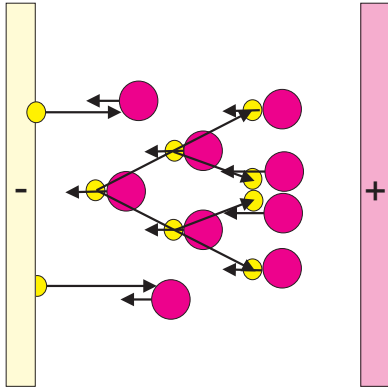


Abb. 3.1. Schematische Darstellung der Auslösung einer Lawine von Ladungsträgern durch Stoßionisation. Lks: Kathode mit kathodischer Randschicht, re.: Anode mit anodischer Randschicht.

Aufgabe 3.9 Frequenz für den elastischen Stoß zwischen Elektronen und Molekeln ν_m :

Wie lautet die Gleichung? In welchem speziellen Fall ist ν_m nur eine Funktion der Teilchenzahldichte?

Lösung.

$$\nu_m = n\sigma v. \quad (1)$$

wobei n die Teilchenzahldichte der Molekeln, mit denen ein Elektron stößt. Ist $\sigma \propto 1/v$, wie es für Wasserstoff und Helium der Fall ist, dann ist die Stoßfrequenz ausschließlich eine Funktion der Teilchenzahldichte der Molekeln. Dies ist gerade dann der Fall, wenn die Abhängigkeit des Streuquerschnitts von der Geschwindigkeit und die molekulare Geschwindigkeit gerade komplementär sich zueinander verhalten. Dies ist für ein Potential, das mit r^{-4} abfällt (Potential zwischen einer permanenten Ladung und einem durch sie induzierten Dipol), gegeben:

$$\sigma_{\text{Streu}} = \frac{A}{v}. \quad (2)$$

3.2 Diffusion

Aufgabe 3.10 Bestimmen Sie mit Formeln aus der kinetischen Gastheorie den Diffusionskoeffizienten für Stickstoff bei einer Gastemperatur von 1 000 K [$\sigma(\text{N}_2)$: 11,0 Å²] und 1 Pa.

Lösung. Wir starten mit der Gleichung für

$$D = \frac{1}{3} \lambda \sqrt{\langle v^2 \rangle}, \quad (1)$$

so daß wir λ und $\langle v^2 \rangle$ bestimmen müssen:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n\sigma}, \quad (1)$$

$$n = 9,8 \cdot 10^{14} / \text{cm}^3, \quad (2)$$

$$\lambda = 0,66 \text{ cm}, \quad (3)$$

$$\sqrt{\langle v^2(\text{N}_2) \rangle} = 9,43 \cdot 10^4 \text{ cm/s}. \quad (4)$$

$$D = 2,08 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}. \quad (5)$$

Mit der Formel für den Random Walk ergibt sich für das mittlere Verschiebungswadrat nach 1 sec:

$$\langle x^2 \rangle = 2D\tau = 208 \text{ m}^2. \quad (6)$$

Aufgabe 3.11 Bestimmen Sie mit Formeln aus der kinetischen Gastheorie den Diffusionskoeffizienten für Elektronen der Energie 5 eV beim Durchgang durch Argon bei einer Gastemperatur von 300 K und 1 Pa. Rechnen Sie mit einem $\sigma(\text{Ar})$ von 15 \AA^2 .

Lösung. Wir starten mit der Gleichung für

$$D = \frac{1}{3} \lambda \sqrt{\langle v^2 \rangle}, \quad (1)$$

so daß wir λ und $\langle v^2 \rangle$ bestimmen müssen.

Lösung. Die Dichte der Ar-Atome bei 300 K und 1 Pa beträgt $2,42 \cdot 10^{14} / \text{cm}^3$, die Geschwindigkeit der Elektronen $8,1 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$. Damit wird das *MFP* der Elektronen $2,75 \text{ cm}$ und D $2,23 \cdot 10^8 \text{ cm}^2$ oder 223 m^2 .

Aufgabe 3.12 Bestimmen Sie die Verhältnisse der LARMOR-Radien für Elektronen der Temperatur 4 eV und für Ar^+ -Ionen der Temperatur 0,05 eV!

Lösung.

$$r = \frac{m_{e,\text{Ar}^+} v}{e_0 B} \wedge E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m_{e,\text{Ar}^+}}. \quad (1)$$

$$2E_{\text{kin}} \cdot m = p^2. \quad (2)$$

$$r = \frac{\sqrt{2E_{\text{kin}} \cdot m}}{e_0 B}. \quad (3)$$

$$\frac{r_e}{r_{\text{Ar}^+}} = \frac{\sqrt{(8 \text{ eV}) \cdot (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}}{\sqrt{(0,10 \text{ eV}) \cdot (70000 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}}. \quad (4)$$

$$\frac{r_e}{r_{\text{Ar}^+}} = \sqrt{\frac{8}{7000}} = 0,0338 \Rightarrow \left(\frac{r_e}{r_{\text{Ar}^+}}\right)^{-1} = 29,6. \quad (5)$$

4 DC-Anregung

Aufgabe 4.1 Wie aus Abb. 3.1 ersichtlich, weist eine TOWNSENDSche Entladung einen negativen differentiellen Widerstand auf. Um ein Durchgehen der Entladung durch den Lawineneffekt zu vermeiden, arbeitet man mit einer Drossel. Bestimmen Sie für eine Leuchtstoffröhre mit einer Leistung von 60 W, die mit einer Betriebsspannung von 60 V am normalen Netz mit 230 V betrieben werden soll, welchen (frequenzabhängigen) Vorwiderstand man einbauen muß!

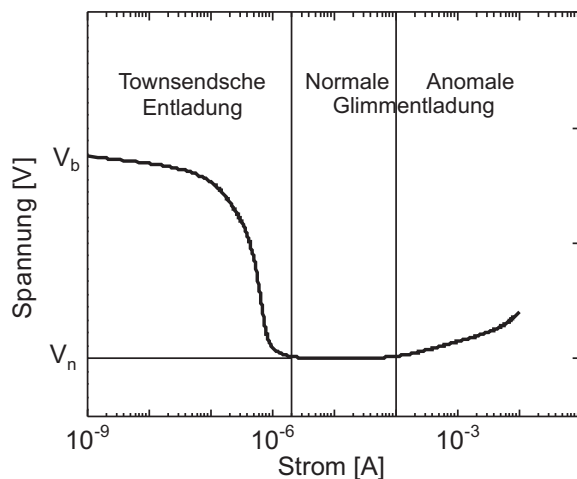


Abb. 4.1. Im Bereich der TOWNSENDSchen Entladung ist der differentielle Widerstand negativ, wodurch der Strom bei steigender Betriebsspannung wächst.

Lösung.

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U_{\max}}{I_{\max}} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}. \quad (1)$$

Eine 60 W-Leuchtstoffröhre benötigt bei 60 V 1 A $\Rightarrow R = 60 \Omega$. Aus einer 230 V-Steckdose kommt also 1 A $\Rightarrow Z = 230 \Omega$.

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{230^2 - 60^2} = 222 \Omega. \quad (2)$$

Die Induktanz muß also $X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = 0,71 \text{ H}$ sein. Der Wirkungsgrad wird durch einen Vorwiderstand verbessert, der den Strom begrenzt, ohne Wärme zu entwickeln.

Aufgabe 4.2 Eine wesentliche Größe in einer DC-Entladung ist das Verhältnis E/p mit E dem für den Durchbruch notwendigen elektrischen Feld und p dem Entladungsdruck (bzw. in der Darstellung von PASCHE: U_B gegen $p \times d$ mit der Durchbruchspannung U_B und d dem Elektrodenabstand). Zeigen Sie quantitativ, daß es ein Minimum als Folge zweier konkurrierender Mechanismen der Energieaufnahme und Energiedissipation gibt (dies ist gleichbedeutend mit einem Maximum bei der Energieaufnahme)!

Lösung. Wenn die Elektronen die Strecke λ in einem Feld U/d durchfallen, haben sie die Energie ε

$$\frac{e_0 U \lambda}{d} \quad (1)$$

aufgenommen. Die mittlere freie Weglänge ist

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} \quad (2)$$

mit n der Teilchenzahldichte und σ dem Streuquerschnitt der Ionisation, n ist bei konstanter (!) Temperatur dem Druck der Entladung proportional: $p = nRT$.

Dieser Energiegewinn muß zum Zünden des Plasmas mindestens gleich dem Ionisierungspotential ε_{ion} sein:

$$\varepsilon = e_0 E \frac{k_B T}{p\sigma} \geq \varepsilon_{\text{ion}}. \quad (3)$$

Folglich ist die Feldstärke E

$$\frac{U}{d} = \frac{\sigma p \varepsilon_{\text{ion}}}{e_0 k_B T}. \quad (4)$$

Zahlenbeispiele:

- p : 1 bar (10^5 Pa = 10 N/cm²); $\sigma = 2\text{\AA}^2$, ε_{ion} : 15,8 eV $\rightarrow U/d \approx 7,5 \times 10^4$ V/cm;
- p : 1 Pa (7,5 mTorr, 10^{-1} mbar): 0,075 V/cm.

Für hohe Gasdichten (kleines λ) benötigt man also ein großes Feld, für niedrige Gasdichten (großes λ) dagegen nur kleine Felder, der Quotient E/p ist über einen großen Druckbereich nahezu konstant (mit schwach positiver Steigung). Zu sehr niedrigen Drücken steigt der zum Durchbruch erforderliche Wert allerdings steil an, weil nahezu alle auf hinreichende Geschwindigkeit gebrachten Elektronen durch Wandreaktionen verloren gehen. Die Kurve $pd \rightarrow U_B$ oder $p \rightarrow E_B$ muß ein Minimum aufweisen.

Aufgabe 4.3 Die Durchbruchsspannung ist bedeutend höher als die zum Erhalt der Entladung notwendige Betriebsspannung. Erklären Sie dies! Mittels der Zeichnung beschreiben Sie, wie beim Öffnen des Stromkreises ein Spannungstoß entsteht, der

leicht einige hundert Volt erreicht, eine für Leuchtstoffröhren ausreichende Zündspannung. Wenn die Drossel eine Eigeninduktivität von $1 \text{ H} = 1 \text{ Vs/A}$ hat, und ein Strom von $2,5 \text{ A}$ (eff) fließt: wie hoch ist die induzierte Spannung ($U_{\text{ind}} = -L\dot{I}$, Netzfrequenz: 50 Hz)?

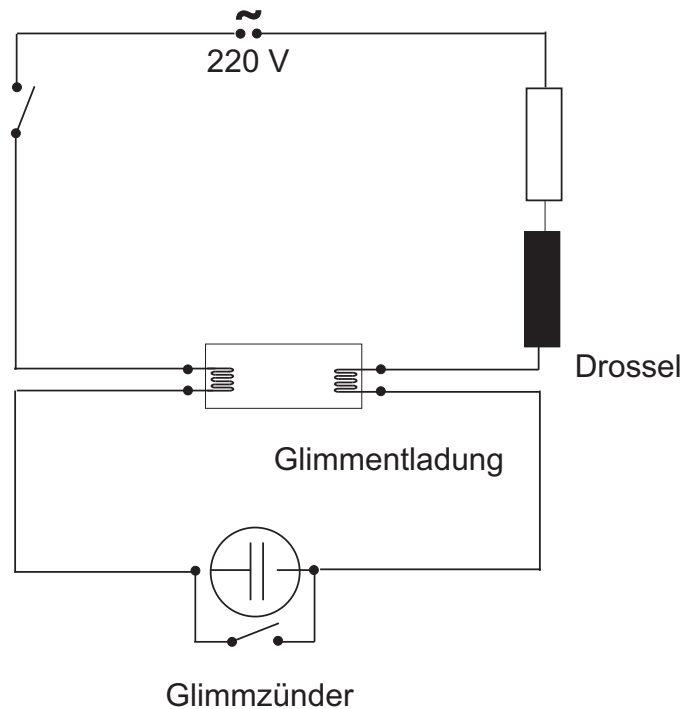


Abb. 4.2. Zündung einer Leuchtstoffröhre mit Glimmzünder und Drosselspule. Bei Stromfluß zündet im Glimmzünder die Entladung zwischen den Bimetall-Elektroden unter Netzspannung, die Elektroden erwärmen und verbiegen sich, der Widerstand der Glimmentladung sinkt, der Strom steigt im Heizstromkreis, wodurch die Elektroden in der Leuchtstoffröhre zum Glühen gebracht werden. Elektronen treten aus der Kathode aus, und es fließt ein schwacher Strom durch die Leuchtstoffröhre, der aber immerhin größer ist als der durch die Glimmlampe, weil deren Widerstand jetzt bedeutend höher als der der Leuchtstoffröhre ist. Daraufhin kühlen die Bimetallstreifen in der Glimmlampe ab, ihr Abstand zueinander erhöht sich, und es kommt zu einem abrupten Ende des Stromflusses. Diese Stromänderung induziert in der Drossel einen Spannungstoß, der hoch genug ist, um die Leuchtstoffröhre zu zünden.

Lösung.

$$U_{\text{ind}} = -L\dot{I}, \quad (1)$$

Der Spitzenwert ist $\sqrt{2} \cdot 2,5 \text{ A}$, die maximale Änderung während einer halben Periode ($\frac{1}{100} \text{ sec}$) ist

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot \sqrt{2}}{0,01} \text{ Asec} = 707 \text{ A/sec.} \quad (2)$$

Also ist die induzierte Spannung 707 V.

Aufgabe 4.4 Wenn α eine für das Gas charakteristische Größe ist ($\alpha = n\sigma$ mit σ dem Streuquerschnitt der Ionisation), warum gilt das nicht auch für γ ?

Lösung. γ ist nicht nur eine Eigenschaft der kinetischen Energie der auftreffenden Ionen und der Austrittsarbeit W_A des Targets, sondern hängt zusätzlich empfindlich von der Oberflächenbeschaffenheit des Targets ab.

Aufgabe 4.5 Beschreiben Sie die Bereiche Kathoden-Dunkelraum und Glühzone als existenznotwendige Bereiche einer DC-Entladung!

Lösung. Im Kathodendunkelraum entnehmen die Elektronen und Ionen dem E-Feld Energie und werden in der Glühzone durch Stöße (inelastisch und elastisch) abgebremst. Die inelastischen Stöße sind verantwortlich für die Ionisation, aber auch die optische Anregung etc.

Aufgabe 4.6 In die Gleichung für die Ionisationsrate durch Elektronenstoß gehen verschiedene Faktoren ein. Welche? Warum existiert eine Schwelle für diesen Prozeß?

Lösung.

$$G_{\text{Ion}} = \int_{E_{\text{Ion}}}^{\infty} \sigma_{\text{Ion}}(v) f(v) v dv. \quad (1)$$

Aufgabe 4.7 Was ist die typische Größe des Kathodenfalls einer anomalen Entladung, wie sie zum DC-Sputtern notwendig ist? Was ist das für ein Energiebereich? Welche Prozesse sind folglich bei der Erzeugung von γ -Elektronen zu berücksichtigen?

Aufgabe 4.8 Warum ist der Wert für die Durchbruchspannung wesentlich höher als der für den Betrieb (Unterhalt) einer Entladung?

Lösung. Auf Grund der starken Erniedrigung des Diffusionskoeffizienten der Elektronen (ambipolare Diffusion) wird die Effizienz der Entladung wesentlich größer. Damit reichen wesentlich niedrigere Spannungen zur Aufrechterhaltung der kritischen Ladungsträgerdichte (Stoßlawine) aus.

Aufgabe 4.9 Geben Sie ein qualitatives Argument, warum $\lambda_D \ll L$ mit L der Reaktorlänge eins der Plasmakriterien ist!

Lösung. Das Bulk-Plasma separiert sich vom Reaktorgehäuse durch die Randschicht. Die Dicke der Randschicht beträgt einige DEBYE-Längen (die Randschicht an der heißen Elektrode etwa $10 \lambda_D$). Es ist offensichtlich, daß bei einer Abmessungen von z. B. $2 \lambda_D$ das Plasma nur aus Randschicht bestehen würde.

5 HF-Anregung

5.1 Allgemeines

Aufgabe 5.1 Warum ist in unseren Plasmen die Elektronentemperatur viel höher als die Iontemperatur?

Lösung. Die Elektronen werden durch verschiedene Mechanismen aufgeheizt. Die Abgabe an Energie über elastische Stöße an die schweren Ionen ist sehr ineffektiv (LANGEVINScher Energieverlust-Parameter). So ist der Streuquerschnitt der unelastischen Streuung zwar kleiner, hier wird aber wesentlich mehr Energie ausgetauscht.

Aufgabe 5.2 Nennen Sie drei Hauptvorteile von ICP-Entladungen gegenüber CCP-Entladungen! Konzentrieren Sie sich auf die unterschiedliche Anregung, die Ankopplung des RF-Feldes, die Randschicht, die Plasmadichte, die Ätzrate.

Lösung.

- Plasmadichte kann unabhängig von der Ionenenergie eingestellt werden.
- effektivere Ionisation \Rightarrow höhere Plasmadichte \Rightarrow niedrigere DEBYE-Länge.
- wg. kleinerer DEBYE-Länge dünnere Randschicht.
- niedrigerer Druck \Rightarrow stoßfreie Randschicht.
- bessere radiale Uniformität durch höherem Anteil von Ionen an der Ätzung.

Aufgabe 5.3 Ein Ar^+ -Ion und ein Elektron werden bei 13,56 MHz mit 500 V/cm beschleunigt. Wie hoch sind ihre Geschwindigkeiten nach ihrer Beschleunigungshalbwelle, wie groß ist der zurückgelegte Weg? Was macht das für die erhaltene kinetische Energie aus?

Lösung.

$$F = e_0 E = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e_0}{m} E_0 \cos \omega t \quad (2)$$

Die maximale Geschwindigkeit wird nach einer Viertelperiode erreicht (Durchgang durch die Nullage):

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{e_0}{m\omega} E_0 \sin \omega t \Big|_0^{T/4} = \frac{e_0}{m\omega} E_0. \quad (3)$$

Nach $T/2$, am Umkehrpunkt, ist die Geschwindigkeit wieder Null:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{e_0}{m\omega} E_0 \sin \omega t \Big|_0^{T/2} = \frac{0 \times e_0}{m\omega} E_0. \quad (4)$$

Damit ist die maximale Geschwindigkeit mit

- $e_0 = 1,6 \times 10^{-19}$ C,
- $m_e = 9,11 \times 10^{-28}$ g und
- $m_{\text{Ar}^+} = 6,6 \times 10^{-23}$ g und
- $\omega = 85,16 \times 10^6$ Hz:
- $v_{e^-} = 1,03 \times 10^{10}$ cm/s, $v^2 = 1,061 \times 10^{20}$ cm²/s²;
- $v_{\text{Ar}^+} = 1,42 \times 10^5$ cm/s, $v^2 = 2,02 \times 10^{10}$ cm²/s².

Der zurückgelegte Weg ergibt sich durch nochmalige Integration:

$$x = \frac{e_0}{m\omega^2} E_0 \cos \omega t \Big|_0^{T/2}, \quad (5)$$

$$x = \frac{2e_0}{m\omega^2} E_0, \quad (6)$$

damit also für Elektron und Ar^+ 240 cm bzw. 33 μm .

Die übertragenen Energien sind auf das Elektron: 3×10^4 eV, auf das Ar^+ -Ion: $8,3 \times 10^{-1}$ eV!

Aufgabe 5.4 Wie lange ist ein Wellenzug einer Lichtwelle, wenn der Sprung des Elektrons 10 ns dauert?

Lösung.

$$l = c \times 10 \text{ ns} = 10 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^{10} \text{ cm.}$$

Ein Wellenzug ist 300 cm lang, also für blaues Licht 7,5 Millionen Wellenzüge, für rotes Licht die Hälfte.

Aufgabe 5.5 Trägt man die zum Durchbruch notwendigen Feldstärken E_B gegen den Gasdruck auf, beobachtet man ein Minimum bei mittleren Drücken. Diskutieren Sie dieses Minimum als Folge zweier gegenläufiger Effekte.

Lösung. Die Leistungsaufnahme eines Elektrons ist

$$P_{\text{abs}} = -1/2 e_0 \cdot \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{u}_e, \quad (1)$$

mit der AC-Beweglichkeit (in der das effektive Feld steckt),

$$\mu_{\text{AC}} = -\frac{e_0}{m_e} \frac{\nu_m - i\omega}{\omega^2 + \nu_m^2} \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_e = \mu_{\text{AC}} \mathbf{E}_0 \quad (3)$$

also

$$P_{\text{abs}} = -1/2 e_0 \cdot \mu_{\text{AC}} \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_0. \quad (4)$$

Damit ergibt sich die Frequenzabhängigkeit der Leistungsaufnahme zu

$$\frac{\partial P}{\partial \nu} = \frac{ne_0^2}{m_e} \cdot E_0^2 \cdot \frac{\nu_m^2 + \omega^2 - 2\nu_m^2}{(\nu_m^2 + \omega^2)^2} \quad (5)$$

und das Maximum bei $\omega = \nu_m$, was so erklärt werden kann:

Fall (1): Hoher Gasdruck $\nu_m^2 \gg \omega^2$ (viele Stöße pro Schwingung): Die vom Feld auf das Elektron übertragene Energie wird in elastischen Stößen zwischen Elektronen und Molekeln dissipiert, und zwar ist der Energieverlust pro Stoß $\Delta\varepsilon$ über den LAN-GEVINSchen Energieverlustparameter $2m_e/(m_i + m_e)$, also ungefähr $2m_e/m_i$, definiert:

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{1}{|\nu_m|} \cdot \frac{e_0^2 E_{\text{eff}}^2}{m_e \nu_m} = \frac{2m_e}{m_i} \langle \varepsilon_e \rangle \quad (6)$$

mit $\langle \varepsilon_e \rangle$ der mittleren Energie der Elektronen, womit das elektrische Feld wird

$$E_{\text{eff}} = \nu_m \cdot \sqrt{\frac{2m_e^2}{e_0^2 m_i} \langle \varepsilon_e \rangle}, \quad (7)$$

das effektive Feld ist folglich proportional ν_m , also p . Die Abhängigkeit ist damit ähnlich wie im DC-Fall (aufgenommene Energie ist proportional E/p mit E der elektrischen Feldstärke).

Fall (2): Niedriger Gasdruck $\nu_m^2 \ll \omega^2$ (viele Schwingungen pro Stoß): Da hier das *MFP* der Elektronen zunimmt, sinkt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron dem Feld Energie entnimmt. Deswegen muß bei sinkendem Gasdruck das Feld um den Betrag des effektiven Feldes ansteigen. Unter der vereinfachenden Annahme, daß alle unelastischen Stöße eine Ionisierung verursachen, ist die absorbierte Leistung $P_{\text{abs}} = \nu_{\text{Ion}} \langle \varepsilon_{\text{Ion}} \rangle$, womit für die Ionisierungsfrequenz folgt:

$$\nu_{\text{Ion}} = \frac{P_{\text{abs}}}{\varepsilon_{\text{Ion}}} = \frac{e_0 E^2}{m_e \varepsilon_{\text{Ion}} \nu_m} \cdot \frac{\nu_m^2}{\nu_m^2 + \omega^2}, \quad (8)$$

was sich für $\nu_m \ll \omega$ zu

$$\nu_{\text{Ion}} = \frac{P_{\text{abs}}}{\varepsilon_{\text{Ion}}} = \frac{e_0^2 E^2}{m_e \varepsilon_{\text{Ion}}} \cdot \frac{\nu_m}{\omega^2} \quad (9)$$

vereinfacht. Also ist

$$P_{\text{abs}} = \varepsilon_{\text{Ion}} \cdot \frac{e_0^2 E^2}{m_e \varepsilon_{\text{Ion}}} \cdot \frac{\nu_m}{\omega^2} \quad (10)$$

Für die Durchbruchbedingung gilt andererseits $\nu_{\text{Ion}} = D/\Lambda^2$ (mit Λ der Diffusionslänge, die ausschließlich von den Dimensionen des Reaktors abhängt), wobei D sich aus der kinetischen Gastheorie zu $D = \lambda \langle v \rangle / 3$ ergibt (mit λ dem *MFP*):

$$\nu_{\text{Ion}} = \frac{\lambda \langle v \rangle}{3\Lambda^2}. \quad (11)$$

Da $\langle v \rangle$ geschrieben werden kann als $\langle v \rangle = \lambda \nu_m$, folgt schließlich für das Verhältnis von Stoß- zu Ionisierungsfrequenz:

$$\frac{\nu_{\text{Ion}}}{\nu_m} = \frac{\lambda^2}{3\Lambda^2} \quad (12)$$

bzw.

$$\nu_{\text{Ion}} \cdot \nu_m = \frac{\langle v^2 \rangle}{3\Lambda^2} \quad (13)$$

Deswegen ist E proportional ω und umgekehrt proportional ν_m und damit auch p .

Mit $\langle \varepsilon_e \rangle = 1/2 m_e \langle v_e^2 \rangle$ ist schließlich

$$E = \frac{\omega}{e_0 \Lambda \nu_m} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \varepsilon_{\text{Ion}} \langle \varepsilon_e \rangle}. \quad (14)$$

Das Minimum liegt folglich an dem Punkt, an dem die Stoßfrequenz ν_m gleich der Frequenz des angelegten RF-Feldes $\omega_{\text{RF}}/(2\pi)$ wird.

Aufgabe 5.6 Zeigen Sie, daß die maximale Bewegungsenergie der Elektronen im stoßfreien MW-Plasma ($\nu = 2,45$ GHz) bedeutend niedriger als im RF-Plasma ($\nu = 13,56$ MHz) ist.

Lösung. Analog zur Lsg. Aufgabe (4.1) ergibt sich ein Unterschied in den Geschwindigkeiten, der in folgender Tabelle zusammengefaßt ist.

Tatsächlich nehmen die Elektronen diese maximale Energie kaum auf, da sie bereits vorher einen Stoß mit Phasenerstörung erleiden. Typische Frequenzen für den elastischen Stoß sind etwa (e_0^- in Argon):

- für 133 Pa (1 Torr, $3,54 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) $3,8 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$,
- für 13,3 Pa (100 mTorr) $382 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ und

Tabelle 5.1. Geschwindigkeit und kinetische Energie eines in einem HF-Feld frei schwingenden Elektrons ohne Stöße bei den Anregungsfrequenzen 13,56 MHz und 2,45 GHz

ν	E [V/cm]	v [cm/s]	E_{kin} [eV]
13,56 MHz	1	$2,07 \cdot 10^7$	0,12
	10	$2,07 \cdot 10^8$	12,2
	100	$2,07 \cdot 10^9$	1217
2,45 GHz	10	$1,14 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^{-4}$
	100	$1,14 \cdot 10^7$	$3,6 \cdot 10^{-2}$
	1000	$1,14 \cdot 10^8$	3,6

- für 1,3 Pa (10 mTorr) $38 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Der Anregungsfrequenz von 13,56 MHz entspricht eine Kreisfrequenz von 85 MHz, der Anregungsfrequenz von 2,45 GHz eine von 15 GHz (Verhältnis etwa 180). Das entspricht Stoßfrequenzen bei Drücken von 22 mTorr bzw. 4 Torr. Bei diesen Frequenzen ist die Gleichstromleitfähigkeit gleich der komplexen Leitfähigkeit, und der induktive Widerstand $R = \omega L$ gleich dem OHMSchen.

5.2 Kapazitive Entladungen

Aufgabe 5.7 Wenn man unter kapazitiver Einkopplung die Einwirkung eines elektrischen und unter induktiver Einkopplung die eines magnetischen Feldes versteht, warum sind dann auch mit Spulen bei niedrigen Plasmadichten nur kapazitive Einkopplungen möglich?

Lösung. Nach der Zündung wird zunächst bei niedrigen Plasmadichten die sog. E -Mode angeregt, bei der das E -Feld hoch ist. Erst wenn die Ladungsträgerdichte steigt, kann das H -Feld überhaupt wirksam werden: Umschlag zum H -Modus.

In der Konsequenz bedeutet das zu Beginn der Entladung ein E -Feld, dessen Stärke sich nach den Potentialen an den Enden der Spule bemißt, während später, im H -Modus, die Spannungsabfälle an jeder Wicklung von Bedeutung sind.

Aufgabe 5.8 Zeigen Sie, daß in einer symmetrischen Entladung bei steigender Leistungseinkopplung ein Umschlag von elektronischer zu ionischer Aufheizung erfolgt und gleichzeitig das OHMSche Gesetz ($U \propto I$) durch eine quadratische Stromabhängigkeit abgelöst wird, so daß die an der heißen Elektrode entstehende Gleichspannung proportional $\sqrt{P_{\text{RF}}}$ wird.

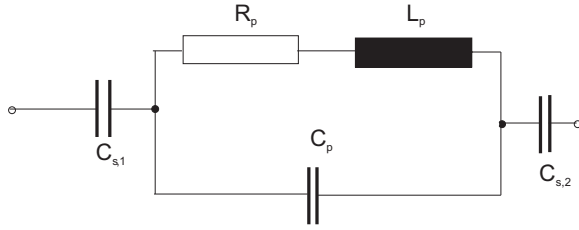


Abb. 5.1. Ersatzschaltbild einer kapazitiven Entladung. Im symmetrischen Fall ist $C_{s,1} = C_{s,2}$.

Lösung. Wir können das Ersatzschaltbild einer symmetrischen Entladung mit dieser Abbildung beschreiben, wobei wir von einer rein OHMSchen Last im Plasma selbst ausgehen. Dabei soll sowohl der OHMSche Widerstand der Glühzone R_P aus zwei Anteilen bestehen: dem Widerstand bedingt durch OHMSche Aufheizung, R_Ω , und dem durch stochastische Aufheizung, R_{st} : $R_P = R_\Omega + R_{st}$. Dazu kommt ein kapazitiver Anteil, C_p , und ein induktiver Anteil, L_p , der auf die Trägheit der Elektronen im RF-Feld zurückzuführen ist. In den Randschichten sind der OHMSche Widerstand, R_S , bedingt durch Energiedissipation, die u. a. zur Beschleunigung der Ladungsträger durch die gleichgerichtete Schichtspannung führt, sowie kapazitiver Anteil des Verschiebungsstroms, C_S , parallel geschaltet. Dieser berechnet sich für zwei hintereinander geschaltete Randschichten der Fläche A und der Dicke d_S nach

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_{S,1}} + \frac{1}{C_{S,2}} \quad (1)$$

mit

$$C_{S,1} = C_{S,2} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_S}, \quad (2)$$

also $C_S = C_{S,1}/2$, damit also

$$R_S = 1/\omega C_S = \frac{2d_S}{\varepsilon_0 \varepsilon \omega A}. \quad (3)$$

Da in der Randschicht die Dichte bewegter Ladungsträger gegen Null geht, ist $\varepsilon = 1$. Sind die Widerstände von Randschicht und Glühzone im einfachsten Modell hintereinander geschaltet:

$$R = R_P + R_S, \quad (4)$$

dann ist der Strom durch beide gleich, und wir können schreiben:

$$V = I(R_P + R_S) = V_P + V_S, \quad (51)$$

und für die absorbierte Leistung folgt

$$P_{abs} = \frac{1}{2} I_{RF} (V_{P,RF} + I_{RF} R_S) \quad (5)$$

¹Diese Summe ist der Realteil des Widerstandes; in ihr ist der kapazitive Anteil nicht enthalten!

mit V_P dem Plasmapotential, der Index „RF“ bezeichnet die Amplitude. Außerdem gilt dann für den Potentialabfall in der Randschicht

$$V_S = \sqrt{V^2 - I^2(R_P^2 - 2R_P R_S)}. \quad (6)$$

Wegen des Ionisierungsgleichgewichts in der Glühzone ist der Potentialabfall in ihr nahezu unabhängig vom Strom der Entladung. Grenzfälle: für kleine I hängt die absorbierte Leistung linear von I ab, die Konstante ist $V_{P,RF}$; also gilt für kleine I das OHMSche Gesetz. Für große Ströme erwartet man dagegen eine Abhängigkeit $P \propto I^2$ (mit einem kleineren linearen Anteil des ersten Summanden aus der vorletzten Gl.). Anschaulich bedeutet dieser Umschlag in der Stromabhängigkeit in der Leistung, daß sich der Absorptionsmechanismus von der Aufheizung der Elektronen zu der der Ionen verschiebt.

Aufgabe 5.9 Beschreiben Sie den Verlauf der Ladungsträgerdichten für \oplus und \ominus in der kathodischen Randschicht. Warum nimmt die Ladungsträgerdichte ρ Richtung Elektrode ab? Was versteht man unter der BOHM-Kante?

Lösung.

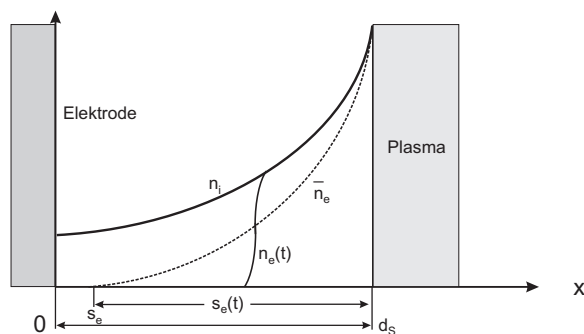


Abb. 5.2. Die Elektronendichte nimmt, von der BOHM-Kante kommend, an der fast noch Ladungsneutralität herrscht, aber die Ionen bereits vom Potentialtrichter erfaßt worden sind, sehr viel stärker als die Ionendichte ab. Beide müssen aus Kontinuitätsgründen abnehmen, da die Stromdichte als Produkt aus Dichte der Ladungsträger und deren Geschwindigkeit $j = \rho \cdot v$ konstant ist.

Aufgabe 5.10 Beschreiben Sie die Elektrodenvorgänge in kapazitiv gekoppelten Entladungen unmittelbar nach dem Zünden der Entladung!

Lösung. Aufgrund der unterschiedlichen Beweglichkeiten der Ladungsträger laden sich die Elektroden so lange negativ auf, bis die Stromdichten entgegengesetzt gleich groß sind.

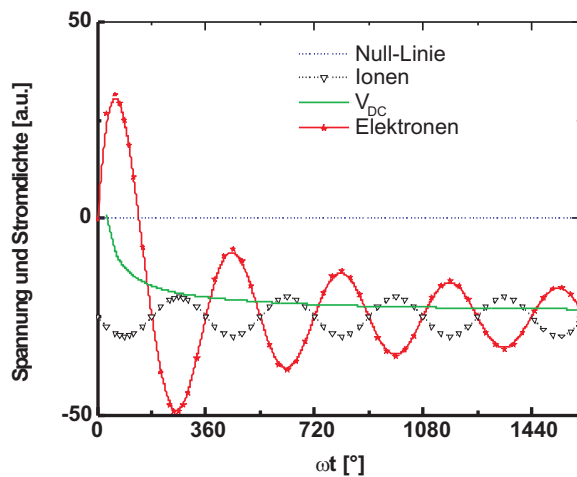


Abb. 5.3. Die Oberflächen der Elektroden laden sich negativ auf, wenn sie gegen DC-Strom durch Hochpaßfilter abgekoppelt sind.

5.3 Induktive Entladungen

Aufgabe 5.11 Bestimmen Sie die absorbierte Leistung in der Mantelschicht der Skintiefe δ , wenn die zylindrische Spule die Länge $l = L$ und den Radius $r = R$ hat ($\delta \ll R$, s. Abb. 4.4).

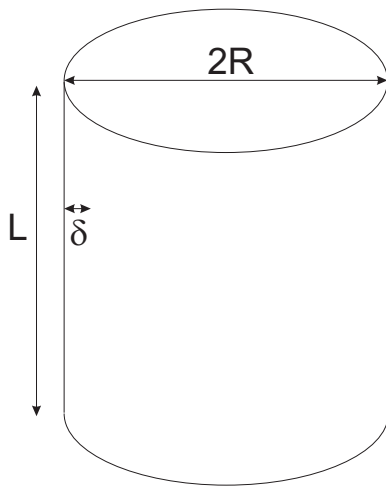


Abb. 5.4. Der Strompfad durch die zylindrische Randschicht bei einer induktiven Entladung. Die Skintiefe soll klein gegenüber dem Radius sein, so daß man mit konstanter Stromdichte in der zylindrischen Randzone rechnen kann.

Lösung. Die induzierte Stromdichte erreicht den Wert j , kommend von Null, so daß der Strom in der Mantelschicht der Dicke δ und der Länge L

$$I = jL\delta \quad (1)$$

wird. Die Leistung ist

$$P_{\text{abs}} = \frac{1}{2} I^2 R \quad (2)$$

mit $R = \rho c$

$$c = \frac{l}{A} = \frac{2\pi R}{L\delta} \quad (3)$$

wird

$$R = \rho \frac{2\pi R}{L\delta} \quad (3)$$

für den Widerstand der Plasmasäule. Also ist

$$P_{\text{abs}} = \frac{1}{2} \rho \frac{2\pi R}{(j L \delta)^2} = \rho j^2 \pi R L \delta. \quad (4)$$

Da das Volumen $V = 2\pi R l \delta$ ist, gilt auch

$$P_{\text{abs}} = \frac{1}{2} \rho j^2 V. \quad (5)$$

Aufgabe 5.12 Bestimmen Sie den Plasmawiderstand und die Eigeninduktivität der Plasmasäule aus der absorbierten Leistung in der Mantelschicht der Skintiefe δ , wenn die zylindrische Spule die Länge $l = L$ und den Radius $r = R$ hat!

Lösung. Wenn die induzierte Stromdichte j ist, dann ist die Stromstärke in der Randschicht der Dicke δ und der Länge L

$$I = j L \delta; \quad (1)$$

gleichzeitig ist die im Plasma absorbierte Leistung

$$P_{\text{abs}} = \frac{1}{2} I_{\text{p}}^2 R_{\text{p}}, \quad (2)$$

was gleich der in Aufgabe 4.9 bestimmten Leistungsabgabe ans Plasma ist. Also

$$R_{\text{p}} = \frac{2\pi R}{L\sigma\delta}. \quad (3)$$

Der Fluß ist

$$\Phi = L_{\text{p}} I_{\text{p}}, \quad (4)$$

wobei

$$\Phi = BA = \mu_0 H_z \pi R^2 \wedge H_z = \frac{I}{L} = j_{\text{p}} \delta. \quad (5)$$

Somit erhalten wir

$$L_{\text{p}} = \frac{\mu_0 \pi R^2}{L}. \quad (6)$$

Aufgabe 5.13 Wenn wir eine Spule der Länge L mit dem Radius ρ betrachten, die um eine Plasmaquelle mit Innendurchmesser R mit N Windungen (also mit $n = N/L$ Amperewindungen gewickelt ist, dann ist die Induktionsmatrix

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{RF}} &= i\omega L_{11} I_{\text{RF}} + i\omega L_{12} I_{\text{P}} \\ V_{\text{P}} &= i\omega L_{21} I_{\text{RF}} + i\omega L_{22} I_{\text{P}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

mit der Selbstinduktivität L_{11} in der Spule, im Plasma, L_{22} , und den Gegeninduktivitäten $L_{12} = L_{21}$

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= L_{\text{S}} = \frac{\mu_0 \pi N^2 \rho^2}{L}, \\ L_{22} &= L_{\text{P}} = \frac{\mu_0 \pi R^2}{L}, \\ L_{12} &= L_{21} = \frac{\mu_0 \pi N R^2}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Wie groß ist die Impedanz $Z_{\text{S}} = \frac{V_{\text{RF}}}{I_{\text{RF}}}$?

Lösung.

$$V_{\text{P}} = -I_{\text{P}} R_{\text{P}} = i\omega L_{12} I_{\text{RF}} + i\omega L_{22} I_{\text{P}} \quad (3)$$

$$-I_{\text{P}}(R_{\text{P}} + i\omega L_{22}) = i\omega L_{12} I_{\text{RF}} \quad (4)$$

$$I_{\text{P}} = -\frac{i\omega L_{12} I_{\text{RF}}}{R_{\text{P}} + i\omega L_{22}} \quad (5)$$

$$Z_{\text{S}} = R_{\text{S}} + i\omega L_{\text{S}} = \frac{V_{\text{RF}}}{I_{\text{RF}}} = i\omega L_{\text{S}} + \frac{\omega^2 L_{21}^2}{R_{\text{P}} + i\omega L_{\text{P}}}, \quad (6)$$

was für $\delta \ll R$, damit $R_{\text{P}} \ll i\omega L_{\text{P}}$, geschrieben werden kann:

$$Z_{\text{S}} = i\omega L_{\text{S}} + \frac{i\omega L_{21}^2}{L_{\text{P}}} \left(1 - \frac{R_{\text{P}}}{i\omega L_{\text{P}}}\right) = i\omega \left(L_{\text{P}} + \frac{L_{12}^2}{L_{\text{P}}}\right) + R_{\text{P}} \left(\frac{L_{12}}{L_{\text{P}}}\right)^2, \quad (7)$$

verkürzt also

$$Z_{\text{S}} = i\omega(L_{11} - nL_{12}) + n^2 R_{\text{P}} \quad (8)$$

mit $R_{\text{S}} = n^2 R_{\text{P}}$ und $L_{\text{S}} = L_{11} - nL_{12}$.

Aufgabe 5.14 In einer ICP-Entladung von Argon wird eine Elektronendichte von $10^{11}/\text{cm}^3$ bei einer Elektronentemperatur von 3 eV bei einem Druck von 10 mTorr erreicht. Wenn durch CCP-Kopplung an der Substratelektrode eine DC-Spannung von 150 V (bezogen auf das Plasmapotential) entsteht:

1. Wie dick ist die Randschicht,

2. wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit P_c , daß ein Ar^+ -Ion während des Falls auf die Elektrode einen Stoß erleidet

$$P_c = 1 - \exp(-x/\lambda) \quad (1)$$

mit $\sigma = \pi d^2 \approx 10 \text{ \AA}$,

3. ist die Randschicht also eher *collisional* oder *collisionless*?

Lösung.

$$d_s = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{2U_0}{T_e} \right)^{\frac{3}{4}} \lambda_D \quad (2)$$

wobei $[U_0]$ die DC-Bias-Spannung in Volt und T_e in eV, liefert mit

$$\lambda_D = 743 \sqrt{\frac{T_e[\text{eV}]}{n_e[\text{cm}^{-3}]}} \quad (3)$$

einen Wert von λ_D von $41 \mu\text{m}$ und einen für die Schichtdicke von d_s von $606 \mu\text{m}$. Daraus ergibt sich mit einer Teilchenzahldichte von $3,2 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$ und

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} \quad (4)$$

von $22,1 \text{ mm}$. Damit wird die Wahrscheinlichkeit nach (1) $0,03 = 3 \%$, also in guter Näherung stoßfrei.

5.4 ECR-Anregung

Aufgabe 5.15 Ein Ar-Ion mit einer kinetischen Energie $\frac{1}{2}mv^2$ von $0,042 \text{ eV}$ wird von einem magnetischen Feld der Flußdichte $0,0875 \text{ Tesla}$ eingefangen und gyriert in diesem. Wie groß ist der LARMOR-Radius?

Aufgabe 5.16 Ein Elektron mit einer kinetischen Energie $\frac{1}{2}mv^2$ von 5 eV wird von einem magnetischen Feld der Flußdichte $0,0875 \text{ Tesla}$ eingefangen und gyriert in diesem. Wie groß ist der LARMOR-Radius?

Lösung.

$$F_L = F_z \quad (1)$$

$$e_0 v B = \frac{m_e v^2}{r} \quad (2)$$

$$r = \frac{m_e v}{e_0 B} \quad (3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ m/sec} \quad (4)$$

$$r = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm.} \quad (5)$$

5.5 Plasmaschwingungen

Aufgabe 5.17 Warum können elektromagnetische Wechselfelder im Plasma absorbiert werden? Beschreiben Sie den Mechanismus der Absorption! Aus der Herleitung der Plasmaschwingungsgleichung kann eine Analogie zum mathematischen Pendel gezogen werden:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{ne_0^2}{\varepsilon_0 m_e} x = 0. \quad (1)$$

Welche Größe entspricht der Federkonstanten D , welche der Pendelmasse m ? Wie groß ist die Eigenfrequenz ω_0 ?

Lösung. Es existieren im Gegensatz zum Dielektrikum freie Ladungsträger, die zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden können und damit Energie des Wellenfeldes aufnehmen und durch elastische Stöße dissipieren. Damit wird die Energie des Wellenfeldes vernichtet, also absorbiert.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{ne_0^2}{\varepsilon_0 m_e} x = 0. \quad (1)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{D}{m} x = 0. \quad (2)$$

$$D = \frac{ne_0^2}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Die Ladungsträgerdichte $\rho = ne_0$ hat also die Funktion der Federkonstanten D . Je höher ρ (D), um so höher die Eigenfrequenz, umso härter die Feder. Umgekehrt ist bei der sehr viel größeren Ionenmasse die Frequenz niedriger oder die Feder weicher.

Aufgabe 5.18 Ar-Plasmadichte $n = 10^{10}/\text{cm}^3$. Bestimmen Sie ω_p von Ar^+ -Ionen und Elektronen! Diskutieren Sie die Konsequenzen bei sich kontinuierlich steigender Anregungsfrequenz!

Lösung. Die Kreisfrequenzen betragen 900 MHz bzw. $\frac{900}{\sqrt{40 \times 1836}} = 3,33$ MHz (entspricht also einem ν von 143 bzw. 0,5 MHz). Regt man mit steigender Frequenz an, wird die Welle absorbiert; die Ionen können ab 500 kHz nicht mehr folgen, sind also quasistationär und nehmen keine Energie mehr auf, die Elektronen folgen ab 140

MHz. Darüber verhält sich das Plasma wie ein schwach absorbierendes Dielektrikum (nur Phasenverschiebung und Streuung). Für die übliche Industrie-Frequenz von 13 MHz bedeutet das dann: **nur die Elektronen werden zu erzwungenen Schwingungen angeregt.**

Aufgabe 5.19 Elektronendichte von $10^6/\text{cm}^3$, Elektronentemperatur von 0,05 eV. Bestimmen Sie die *Cutoff*-Frequenz und die Eindringtiefe von Radiowellen im Mittelwellen- und Kurzwellenband. Was bedeutet das Auftreten eines Wertes von $\varepsilon \leq 1$ für die DK, was für den Brechungsindex?

Lösung. ω_P ist 9 MHz.

Die MAXWELLSche Relation $\varepsilon = n^2$ (Vergleich der Wellengleichung für Vakuum, hergeleitet aus den MAXWELL-Gleichungen auf der einen Seite (s. Skript im Intranet), und c aus optischen Gesetzen)

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}; \quad (1)$$

im Vakuum sind ε, μ beide Eins; im (nichtmagnetischen) Medium ist μ nahe Eins, der Brechungsindex größer als Eins:

$$c_{\text{Vakuum}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}; \quad (2)$$

$$c/n = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0}}; \quad (3)$$

$$n = \sqrt{\varepsilon}; \quad (4)$$

muß im Komplexen erweitert werden zu

$$\varepsilon_{\text{R}} = \Re(N^2); \quad (5)$$

$$\varepsilon_{\text{I}} = \Im(N^2). \quad (6)$$

$$\varepsilon = n^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2 \Rightarrow n = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2}; \quad (7)$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2\right); \quad (8)$$

$$v_{\text{Ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2}}; \quad (9)$$

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_P^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{k^2 c^2 + \omega_P^2}; \quad (10)$$

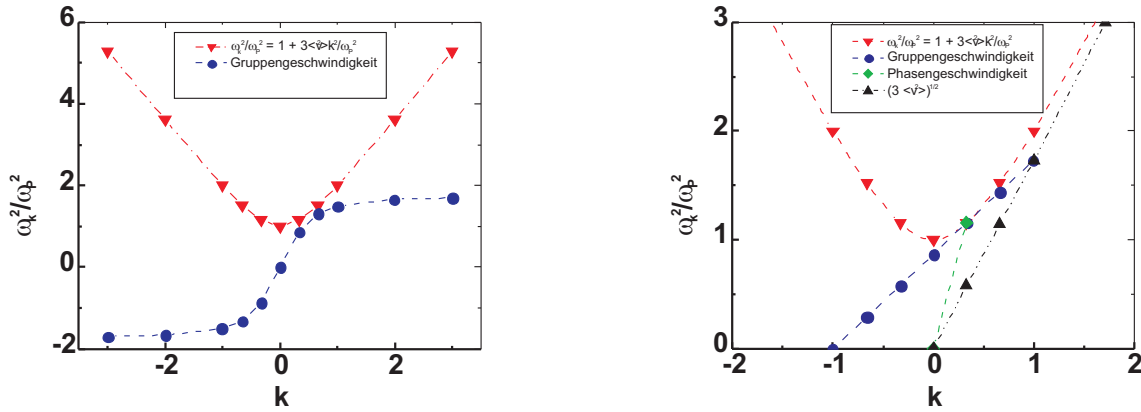


Abb. 5.5. BRILLOUIN-Diagramm der Dispersionsrelation $\omega_k^2 = \omega_P^2 + 3 \langle v^2 \rangle k^2$ über einen großen (lks.) und einen kleinen (re.) k -Bereich.

- Phasengeschwindigkeit $v_{Ph} = \frac{\omega}{k}$: für jeden Punkt eine Gerade vom Ursprung;
- Gruppengeschwindigkeit $v_G = \frac{d\omega}{dk}$: für jeden Punkt eine Tangente;
- thermische Geschwindigkeit $\sqrt{3 \langle v^2 \rangle} = \sqrt{3/2 \langle v_w^2 \rangle}$: für große k (kleine λ) etwa gleich v_{Ph} und v_G . Für kleine k dagegen ist v_G bedeutend langsamer als $\sqrt{3 \langle v^2 \rangle}$, obwohl v_{Ph} sehr groß gegen $\sqrt{3 \langle v^2 \rangle}$ ist.

$$v_G = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2} \frac{2kc^2}{\sqrt{k^2c^2 + \omega_P^2}} = \frac{kc^2}{\omega} = \frac{c^2}{v_{Ph}} = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2}. \quad (11)$$

Mittelwellen haben ein Band von 500 bis 1600 kHz. Für 1000 kHz ergibt sich ein ω von 6,3 MHz, eine Wellenlänge λ von 300 m (im Vakuum) und ein Wellenvektor k von 0,021/m.

Kurzwellen beginnen bei 6 MHz (49 m-Band) und gehen bis 23 MHz (13 m-Band), damit ein ω von 37,8 MHz oder 145 MHz. Das sind Vakuumwellenlängen von 50 m bzw. 13 m, Wellenvektoren von 0,1256/m bzw. 0,483/m.

Für ein Plasma ist der Brechungsindex immer kleiner 1, und er kann im Fall des „Cutoffs“ Null, im Falle der Absorption imaginär werden.

- $0 < n < 1$: $v_{Ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_P}{\omega}\right)^2}} > 1$. Einsetzen ergibt $n = 0,97$ bzw. $0,998$. Mit

Gl. (1) ergibt sich also im Fall der Kurzwelle ein Wert für die Gruppengeschwindigkeit von $0,97c$ bzw. $0,998c$. Der Wellenvektor verkürzt sich auf 0,1224/m bzw. 0,4824/m.

- $n = 0$: $v_{Ph} \gg c$; $v_G = 0$; $k = 0$, $\lambda \Rightarrow \infty$.
- n imaginär: Einsetzen ergibt einen Wellenvektor k von $2,142i \times 10^{-4}/\text{cm}$ und einen Imaginärteil des Brechungsindex n von $1,025i$. Die Welle gilt als gedämpft, wenn sie auf $1/e$ abgefallen ist. Das ist dann der Fall, wenn

$$e^{-1} = e^{-kx} \Rightarrow x = \frac{1}{k} = 46,68 \text{ m} \approx 0,17 \times \lambda_{\text{Vakuum}}. \quad (12)$$

Aufgabe 5.20 *Phasengeschwindigkeit v_{Ph} :*

Machen Sie sich an Hand der ebenen Welle mit dem Begriff der Phase, ihrer Geschwindigkeit, dem Wellenvektor und der Kreisfrequenz vertraut. Sie sollten damit erklären können, wie die Phasengeschwindigkeit definiert ist.

Lösung. Ist die Phase konstant, ist

$$\omega t = kx. \quad (1)$$

Damit wird

$$v_{\text{Ph}} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = c. \quad (2)$$

Aufgabe 5.21 *Gruppengeschwindigkeit v_{G} :*

In einem Paket von Wellen eng beieinanderliegender Wellenlänge ist die Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\text{G}} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1)$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Beziehung für die Phasengeschwindigkeit die Äquivalenz von v_{G} und v_{Ph} für fehlende Dispersion.

Lösung.

$$v_{\text{G}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2} \frac{2kc^2}{\sqrt{k^2c^2 + \omega_p^2}} = \frac{kc^2}{\omega} = \frac{c^2}{v_{\text{Ph}}} = c. \quad (1)$$

Aufgabe 5.22 *Gruppengeschwindigkeit v_{G} :*

In einem Paket von Wellen, das eine Oktave breit sei, und das sich durch ein dispergierendes Medium bewege ($c_2 = \frac{9}{10}c_1$), ist die Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\text{G}} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1)$$

Wie hoch ist die Gruppengeschwindigkeit dieser Gruppe?

Lösung.

$$\psi_1 = \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (2)$$

$$\psi_2 = \cos\left((\omega + \Delta\omega)t - \frac{2\pi x}{\lambda + \Delta\lambda}\right), \quad (3)$$

was entwickelt

$$\psi_2 = \cos\left((\omega + \Delta\omega)t - \frac{2\pi x}{\lambda}\left(1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)\right) \quad (4)$$

ergibt. Damit wird die Summe

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \Psi\Phi \quad (5.1)$$

mit

$$\Psi = 2 \cos\left(\frac{2\omega + \Delta\omega}{2}t - \frac{2\pi x}{2\lambda}\left(2 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)\right) \quad (5.2)$$

und

$$\Phi = \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{2\pi x}{2\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right). \quad (5.3)$$

Da nach Vor. $\Delta\omega \ll \omega \wedge \Delta\lambda \ll \lambda$, ist der erste Faktor Ψ nahezu die Welle ψ_1 , und Φ stellt die veränderliche Amplitude dieser Welle dar, die ihr erstes Maximum bei $t = 0, x = 0$ hat, und die weiteren Maxima sind gegeben durch das Verschwinden des Arguments der Cosinus-Funktion

$$\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{2\pi x}{2\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0, \quad (6)$$

woraus für die Vorwärtsbewegung des Maximums folgt:

$$v = \frac{x}{t} = -\frac{\Delta\omega}{2\pi}\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (7)$$

oder differentiell

$$v = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda}. \quad (8)$$

Da die Phasengeschwindigkeit $c = \nu\lambda$ ist, folgt für ihre Wellenlängenabhängigkeit:

$$\frac{dc}{d\lambda} = \lambda \frac{d\nu}{d\lambda} + \nu \Rightarrow \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{dc}{d\lambda} - \nu \right) \quad (9)$$

Einsetzen von (9) in (8):

$$v_G = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda}, \quad (10)$$

mithin

$$v_G = c \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{9}{10}c. \quad (11)$$

Ist das Medium dispersionsfrei, ist $v = v_G = c$, und die Welle zerfließt nicht. Z. B. zeigt das Vakuum für Lichtwellen diese Eigenschaft; sonst würde das weiße Licht eines Sterns, etwa nach einer durch den Mond verursachten Sternfinsternis, beim Wiederauftauchen in seine Spektralfarben zerlegt worden sein. Normale Dispersion: $\frac{dc}{d\lambda} > 0$, negative Dispersion: $\frac{dc}{d\lambda} < 0$, z. B. im Glasprisma.

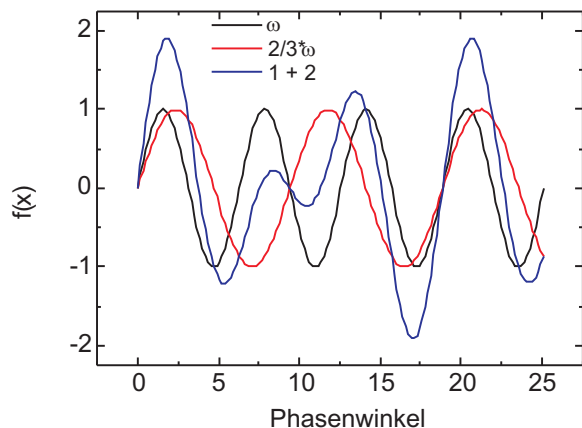


Abb. 5.6. Zwei Wellen der Frequenz ω_1 und $\frac{2}{3}\omega_1$ überlagern sich.

Aufgabe 5.23 Gruppengeschwindigkeit v_G :

Nach der Dispersionstheorie ist der Brechungsindex für eine Resonanzfrequenz bei ω_0 ohne Dämpfung

$$n^2 = 1 + \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1)$$

definiert, was für Frequenzen, die höher als die Eigenfrequenz sind, einen Brechungsindex kleiner Eins bedeutet, damit eine Phasengeschwindigkeit, die größer als c ist. Wie verhält sich v_G ?

Lösung.

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}. \quad (2)$$

Mit $k = \omega/c$ kann man auch schreiben

$$v_G = \frac{d\omega}{d\omega/c}, \quad (3)$$

was für die Phasengeschwindigkeit im Medium mit dem Brechungsindex n

$$v_G = \frac{d\omega}{d\frac{\omega n}{c_0}} \quad (4)$$

ergibt. Das Differential $d\omega n$ ist $\omega dn + n d\omega$, also

$$v_G = c_0 \frac{d\omega}{n d\omega + \omega dn} \Rightarrow v_G = c_0 \frac{1}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}. \quad (5)$$

Kümmern wir uns nun um den Nenner: Differenziert man Gl. (1) nach ω , erhält man für $\frac{dn}{d\omega}$

$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{A}{n} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (6)$$

Nach (1) ist

$$A = (n^2 - 1)(\omega_0^2 - \omega^2), \quad (7)$$

so daß

$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{n^2 - 1}{n} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (8)$$

und

$$\omega \frac{dn}{d\omega} = \frac{n^2 - 1}{n} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (9)$$

werden. Wir erhalten folglich für den Nenner

$$n + \omega \frac{dn}{d\omega} = \frac{n^2(\omega_0^2 - \omega^2) + (n^2 - 1)\omega^2}{n(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{n^2\omega_0^2 - \omega^2}{n(\omega_0^2 - \omega^2)} : \quad (10)$$

Da nach Vor. $\omega > \omega_0$ und $n < 1$, ist der Nenner immer größer als Eins, mithin $v_G < c$.

6 Materie im elektromagnet. Wechselfeld

Aufgabe 6.1 In der Gleichung für die Plasmafrequenz stehen als Variable die relative DK und die Elektronendichte. Bei welcher Frequenz werden die Alkalimetalle transparent?

Lösung.

Das einfache Modell von DRUDE gilt nur für die Alkalimetalle. Mit der vereinfachten dielektrischen Funktion

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{\omega_{\text{P}}^2}{\omega^2} \quad (1)$$

ergibt sich ein Wert für die Absorptionskante ($n \geq 0$), der über $\omega_{\text{P}} \leq \omega$ definiert ist.

Mit den Werten für die Elektronendichte n aus dem FEM und der Formel für die Plasmafrequenz

$$\omega_{\text{P}}^2 = \frac{ne_0^2}{\varepsilon_0 m_e} \quad (2)$$

ergeben sich die Werte aus Tab. 6.1 für die Wellenlängen.

Tabelle 6.1. Wellenlängen, ab denen Alkalimetalle transparent werden.

<i>Metall</i>	λ (exp.) Å	λ (theoret.) Å
Li	1 550	1 550
Na	2 100	2 090
K	3 150	2 870
Rb	3 400	3 220
Cs	4 400	3 500

Aufgabe 6.2 Die Farben der Münzmetalle werden aber durch Interbandübergänge erzeugt. Unter der Annahme, daß die Elektronendichte gleich der Teilchenzahldichte ist:

1. Warum schimmern Gold gelb und Kupfer rot? Nehmen Sie die einfache Gleichung für die Plasmafrequenz!
2. Wie groß ist das Reflexionsvermögen von Kupfer und Gold 5 000 und 10 000 Å gegen Luft bei Annahme der FRESNELSchen Formeln für $\tilde{n} = n - i\kappa$, senkrechte Inzidenz, also

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2? \quad (1)$$

Man vergleiche insbesondere den kurzwelligen Wert mit dem sich völlig unspektakulär verhaltenden Silber!

Tabelle 6.2. Werte des komplexen Brechungsindex für die Münzmetalle.

Metall	5000 Å		10 000 Å	
	n	κ	n	κ
Cu	1,031	2,78	0,147	6,93
Ag	0,17	2,94	0,13	6,83
Au	0,84	1,84	0,18	6,04

Lösung. Gold müßte eine Plasma-Frequenz (Absorptionskante) im Violetten ($\lambda = 450$ nm), Kupfer im Grünen ($\lambda = 550$ nm) haben, damit die Metalle in ihren Komplementärfarben schimmern können. Also

$$\nu_{\text{Cu}} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \wedge \nu_{\text{Au}} = 6,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; \quad (2)$$

$$\omega_{\text{Cu}} = 34,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \wedge \omega_{\text{Au}} = 42,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; \quad (3)$$

$$\omega_{\text{Cu,Au}} = \sqrt{\frac{ne_0^2}{\varepsilon\varepsilon_0 m_e}}; \quad (4)$$

$$V_{\text{M}} = \frac{m_{\text{M}}}{\rho} \Rightarrow V_{\text{Cu}} = 7,14 \text{ cm}^3 \wedge V_{\text{Au}} = 10,21 \text{ cm}^3; \quad (5)$$

$$n_{\text{e,Cu}} = 8,4 \cdot 10^{22} / \text{cm}^3 \wedge n_{\text{e,Au}} = 5,9 \cdot 10^{28} / \text{m}^3; \quad (6)$$

$$\frac{e_0^2}{\varepsilon_0 m_e} = \frac{(1,6 \cdot 10^{19})^2}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,81 \cdot 10^{-31}} \cdot \frac{\text{Coul}^2 \text{ V m}}{\text{Coul kg}}. \quad (7)$$

$$\frac{e_0^2}{\varepsilon_0 m_e} = 3,17 \cdot 10^4 \text{ m}^3 \text{ sec}^{-2}. \quad (8)$$

$$\omega_{P,Cu} = 5,2 \cdot 10^{16} / \text{sec.} \quad (9)$$

$$\omega_{P,Au} = 4,3 \cdot 10^{16} / \text{sec.} \quad (10)$$

Es sind also die Plasmafrequenzen um eine Größenordnung größer als der VIS-Bereich. Folglich müssen andere Faktoren die Hauptrolle spielen.

Cu: Der kritische Übergang ist $3d \rightarrow 4s$.

Au: Der Übergang $5d \rightarrow 6s$ ist durch eine relativistisch erniedrigte $6s$ -Bahnfunktion charakterisiert (die $5d$ -Zustände werden relativistisch weniger beeinflusst) Abb. 6.1.

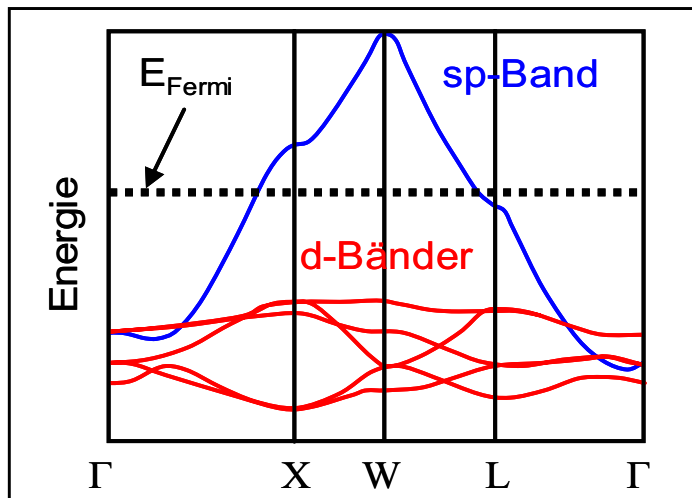


Abb. 6.1. Die Bandstruktur von Gold zeigt fünf flache d -Bänder und ein parabolisches sp -Band, in dem das $6s$ -Elektron sitzt. Die goldene Farbe rührt vom Übergang $5d \rightarrow 6s$ her, während die metallischen Eigenschaften ausschließlich dem im sp -Band befindlichen Elektron zu verdanken sind [1].

Im Gegensatz zu Silber, bei dem dieser Übergang im UV liegt, rutscht der o. e. Übergang für Gold in den VIS-Bereich (hier: blau, Abb. 6.2). Diese relativistische Schrumpfung, zu der ja noch die elektrostatische (Lanthanidenkontraktion) kommt, wenn man von Cs zu Au geht, beträgt $1,35 \text{ \AA}$ (zu $2,60 \text{ \AA}$ für Cs).

Gl. (1) ergibt aufgelöst

$$R = \frac{[n(1 - i\kappa) - 1][n(1 + i\kappa) - 1]}{[n(1 - i\kappa) + 1][n(1 + i\kappa) + 1]} = \frac{n^2(1 + \kappa^2) + 1 - 2n}{n^2(1 + \kappa^2) + 1 + 2n}. \quad (11)$$

Die Werte für Cu ($0,65$ bei 5000 \AA bzw. $0,99$ bei 10000 \AA) und Au ($0,50$ bei 5000 \AA bzw. $0,98$ bei 10000 \AA) reflektieren das farbliche Verhalten der beiden Metalle gegenüber Ag ($0,93$ bei 5000 \AA bzw. $0,99$ bei 10000 \AA).

Aufgabe 6.3 Zu diesen Aufgaben: Metalle haben nach Tab. 6.2 einen großen Imaginärteil, dagegen einen (sehr) kleinen Realteil des Brechungsindex'. Zeigen Sie für den Idealfall eines Metalls, für das $n = -i\kappa$, also bei verschwindendem Realteil, daß dies bei senkrechter Inzidenz zu einer vollständigen Reflexion der ankommenden Welle führt!

Lösung.

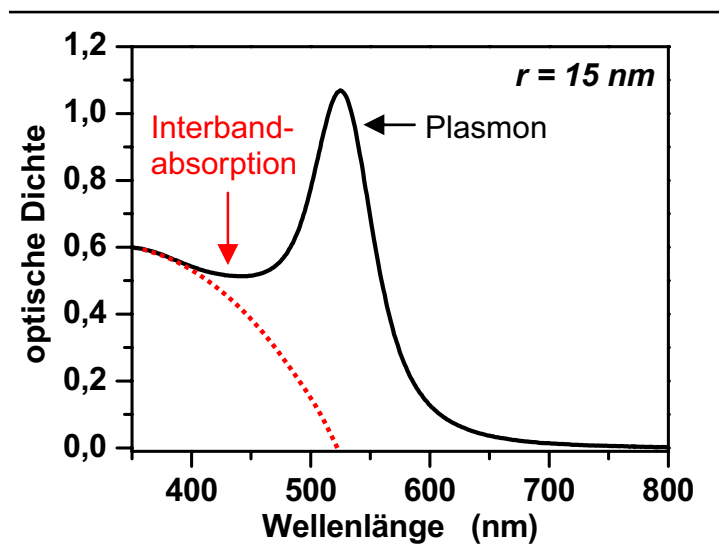


Abb. 6.2. Absorptionsspektrum von Gold. Die Plasmafrequenz der Elektronen ist die sog. Plasmonfrequenz und liegt bei 2,4 eV oder 520 nm [1].

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{|E'_0|^2}{|E_0|^2} = \frac{|-1 - i\kappa|^2}{|1 - i\kappa|^2}. \quad (1)$$

Der Betrag der Zahlen aber ist gleich:

$$|1 \pm i\kappa|^2 = \sqrt{(1 + \kappa^2)^2}, \quad (2)$$

somit wird das Reflexionsverhältnis genau Eins!

Aufgabe 6.4 Ist anomale Dispersion zwangsläufig mit Absorption verbunden? Zeichnen Sie Spektrum und das Diagramm!

Lösung. Ein mit der Dämpfung γ gedämpfter elektronischer Oszillator der Resonanzfrequenz ω_0 schwingt nach

$$\psi(t) = -\frac{e_0}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E_0 e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

und die dielektrische Funktion $\varepsilon(\omega)$ ist dann

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{ne_0^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \quad (2)$$

mit n der Teilchenzahldichte. Der Realteil ist

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{ne_0^2}{m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \quad (3)$$

der Imaginärteil

$$\varepsilon(\omega) = \frac{ne_0^2}{m_e} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \quad (4)$$

In der Abb. 5.3 ist der Zusammenhang zwischen der Absorption und der negativen Dispersion erklärt.

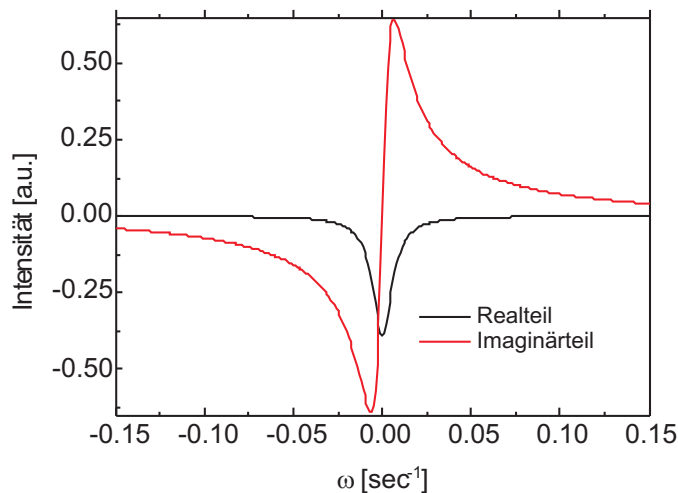


Abb. 6.3. Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion als Funktion der Frequenz des anregenden elektrischen Feldes. Die anomale Dispersion im Imaginärteil ist mit einer Absorption verbunden.

Aufgabe 6.5 Steinsalzkrystall im elektrischen Feld:

- Aus welchen Beiträgen setzt sich die Dielektrizitätskonstante bzw. die Polarisierbarkeit von NaCl (ρ : 2,17 g/cm³; statische (NF-)Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 5,9$; Brechungsindex im sichtbaren Licht $n = 1,54$) zusammen?
- Berechnen Sie die statische Polarisierbarkeit im sichtbaren Frequenzbereich.

Lösung.

Beim NaCl Kristall gibt es, anders als zum Beispiel bei Molekülkristallen, weder permanente elektrische Dipole noch die damit verbundene Möglichkeit der Orientierungspolarisation.

Polarisation kann aber sowohl aus der Verschiebung der Ionen wie der Deformation der Elektronenwolken hervorgehen. Die Polarisierbarkeit α ist durch die CLAUSIUS-MOSSOTTI-Gleichung gegeben:

$$\alpha = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{3M}{\rho}. \quad (1)$$

Die Dichte n der NaCl-Ionenpaare (Molmasse: 58,5 g) ist $2,23 \cdot 10^{22}/\text{cm}^3$, womit man für die NF-DK für niedrige Frequenzen $\alpha = 8,3 \cdot 10^{35} \text{ cm}^3/\text{Mol}$ erhält. Im Falle optischer Frequenzen sind nur die elektronischen Beiträge relevant, und die HF-DK ist durch die Maxwell-Relation $\varepsilon = n^2$ gegeben. In diesem Fall ist die Polarisierbarkeit $\alpha = 4,2 \cdot 10^{35} \text{ cm}^3/\text{Mol}$.

Damit können wir auch das induzierte Dipolmoment, das in einem NaCl-Ionenpaar induziert wird, bestimmen, wenn sich dieser Kristall in einem statischen elektrischen Feld befindet.

Annahme: $E = 10^4 \text{ V/cm}$. Um welchen Abstand verschieben sich die Ladungsschwerpunkte von Anionen und Kationen dabei gegeneinander?

Mit der Polarisation $P = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$ bekommt man die Polarisation im statischen Feld, und das Dipolmoment eines Ionenpaares ist $\mu = \frac{P}{n} = 1,94 \cdot 10^{31} \text{ Coul cm}$, was einer Verschiebung der Ladungsschwerpunkte gegeneinander um $\frac{\mu}{d} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}$ entspricht.

Im Laserfeld (10^7 V/cm) gilt $P = (n^2 - 1)\varepsilon_0 E$; daraus folgt $\mu = 5,43 \cdot 10^{29} \text{ Coul cm}$, womit die Verschiebung der Ladungsschwerpunkte gegeneinander deutlich größer als im statischen Feld ist, nämlich $3,4 \cdot 10^{-20} \text{ \AA}$.

7 Sputtern

Aufgabe 7.1 Beim Sputtern von Silber bei einem Ar-Druck von 3 Pa wird eine Anfangsgeschwindigkeit der Ag-Atome von 3 000 m/s gemessen; der Abstand zwischen Elektrode und Substratplatte wird zu 10 cm gemessen. Der Streuquerschnitt der elastischen Streuung beträgt $30 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$. Bestimmen Sie

- die mittlere freie Weglänge der Silberatome,
- die Stoßfrequenz der Silberatome zu Beginn nach Ejektion,
- die Stoßzahl der Silberatome auf dem Weg zum Substrat.
- Welche Geschwindigkeitsverteilung haben die Silberatome beim Auftreffen auf das Substrat?

Lösung. Mit $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ ergibt sich eine Austrittsenergie der Silberatome von 5 eV. Die Teilchenzahldichte des Argons beträgt $70 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$, woraus sich eine MFP von 2 mm ergibt. Damit beträgt bei Anwendung von $\nu_m = n\sigma \langle v \rangle$ nach der Ejektion eine Stoßfrequenz von $6,3 \cdot 10^5/\text{sec}$. Insgesamt werden im Mittel die Ag-Atome 50 Stöße erleiden und kommen mit einer MB-Verteilung am Substrat an.

Aufgabe 7.2 Bestimmen Sie die Zeit, die verstreichen muß, damit 10 % der (100)-Oberfläche von Wolfram mit N_2 bedeckt sind! Das Vakuum ist 2×10^{-7} Torr, der Sticking-Koeffizient ist 0,55, die Gitterkonstante des bcc-Gitters von Wolfram ist 3,16 Å.

Lösung. Der Flächenbedarf eines W-Atoms ist $3,16^2 \text{ Å}^2$, wie man sich an einer Skizze leicht klarmacht. Also sind auf einem cm^2 $1/3,16^2 \times 10^{16} = 1 \times 10^{15}$ Atome versammelt. Nach der kinetischen Gastheorie ist die Stoßzahl an einer Wand $Z = \frac{1}{4} \langle v \rangle n$ mit n der Teilchenzahldichte und $\langle v \rangle$ der mittleren Geschwindigkeit, was man umschreiben kann in

$$Z_w = \frac{p}{\sqrt{2\pi m k_B T}}, \quad (1)$$

was bei einem Druck von $2,7 \times 10^{-5}$ Pa eine Stoßzahl von $7,8 \times 10^{13}/\text{cm}^2\text{sec}$ ausmacht. Um also 10 % der Oberfläche zu bedecken, benötigt das Gas

$$t = \frac{1 \times 10^{14}}{7,8 \times 10^{13} \times 0,55} = 2,33 \text{ sec.} \quad (2)$$

In Wirklichkeit dauert es etwas länger, da der Sticking-Koeffizient mit wachsender Bedeckung abnimmt.

Aufgabe 7.3 Bestimmen Sie die Kontamination durch Restluft für einen gerade wachsenden Film aus Aluminium bei einer Wachstumsrate von $500 \text{ \AA}/\text{min}$ bei einer Restgasatmosphäre von 10^{-5} Torr! Nehmen Sie dazu an, daß die Zusammensetzung der Restatmosphäre gleich der der Luft bei 760 Torr ist! Die Dichte des Alu-Films soll gleich der Bulk-Dichte von $2,7 \text{ g/cm}^3$ sein, Al hat das Atomgewicht 27 g.

Lösung. Die Stromdichte von Gasmolekeln auf eine Wand ist bei einer Teilchenzahldichte n und einer mittleren Geschwindigkeit von

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \quad (1)$$

$$j = \frac{1}{4} n \langle v \rangle . \quad (2)$$

Mit dem idealen Gasgesetz rechnen wir den Druck unter Standardbedingungen (298 K) um von Torr in die Teilchenzahldichte

$$n = 9,565 \cdot 10^{18} \frac{p}{T} \frac{1}{\text{cm}^3}, \quad (3)$$

und für die mittlere Geschwindigkeit errechnen wir mit dem Molekulargewicht (M ist das Molgewicht in g)

$$m = \frac{M}{N_A} \quad (4)$$

und Gl. (1)

$$\langle v \rangle = 14,551 \sqrt{\frac{T}{M}} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}. \quad (5)$$

Damit erhalten wir schließlich

$$j = 3,513 \cdot 10^{22} \frac{p}{\sqrt{MT}} \frac{1}{\text{cm}^2 \text{ sec}}. \quad (6)$$

Unter der Annahme, daß die Dichte des aufwachsenden Films gleich der *Bulk*-Dichte ist ($\rho = 2,699 \text{ g/cm}^3$), ist das Gewicht von 1 cm^2 eines Films von 500 \AA Dicke $13,495 \text{ \mu g}$ (ein Al-Atom wiegt $4,498 \cdot 10^{-23} \text{ g}$). Damit besteht der Film aus $3 \cdot 10^{17}$ Atomen, womit die Abscheiderate sich zu

$$DR = 5 \cdot 10^{15} \frac{\text{Atome}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \quad (7)$$

errechnet. Der Beschuß mit Luftmolekeln ist nach Gl. (5)

$$j = 4 \cdot 10^{15} \frac{\text{Atome}}{\text{cm}^2 \text{sec}} : \quad (8)$$

die Kontaminationsrate ist fast genauso hoch wie die Depositionsrate! Bei einer Reduktion der Restatmosphäre auf 10^{-6} Torr, was schon ein sehr passabler Wert ist, liegt demnach die Kontaminationsrate immer noch bei 8 % — für viele Anwendungen, insbesondere niederohmiger Metallabscheidungen, immer noch ein indiskutabler Wert.

8 RIE

8.1 Chemie

Aufgabe 8.1 Sie sollen Si selektiv gegen SiO_2 und SiO_2 selektiv gegen Si ätzen. Wie machen Sie das? Kurze chemische Begründung!

Lösung. Es gibt nahezu keine Abhängigkeit der Selektivität mit zunehmender Bias-Spannung (Abb. 8.1, [2]). Daher muß an chemischen Hebeln gearbeitet werden.

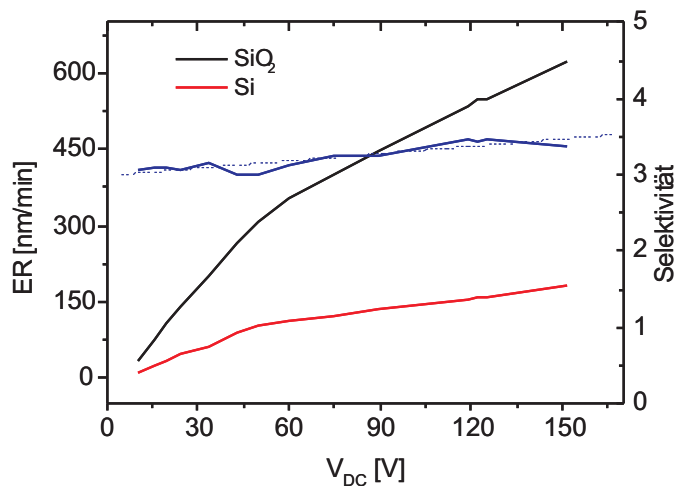


Abb. 8.1. Das Verhältnis der Ätzraten von Silicium und Siliciumdioxid, die sog. *Selektivität*, hängt nahezu nicht vom DC-Bias ab [2].

Die Si und SiO_2 ätzende Spezies ist das Fluor (Radikal oder positives Ion). Inerte Quellen sind z. B. CF_4 und SF_6 und HF als abreagiertes Fluor. Die Dichte an F-Spezies kann erhöht werden durch O_2 -Zugabe, da O_2 ein Diradikal ist. In SiO_2 ist ebenfalls Sauerstoff enthalten, der bei der Ätzung freigesetzt wird. Also sollte die Ätzrate für Si stärker ansteigen als für SiO_2 . Bei zu hoher Konzentration an O_2 verkehrt sich dieser Effekt natürlich ins Gegenteil, weil dann die Dichte an Fluor stärker sinkt, als was durch Sauerstoff zusätzlich aktiviert werden kann.

Besser ist die Zugabe von Wasserstoff. Zugabe von H_2 zu CF_4 läßt HF entstehen, das unwirksam für die Ätzung ist; gleichzeitig wird die Rate der Polymerbildung erhöht. Wiederum geht die Ätzrate von SiO_2 weniger stark zurück als die von Si, da im Oxid eben etwas Sauerstoff eingebaut ist, der das entstandene Polymer „verbrennt“. Dadurch steigt die Selektivität dramatisch an (Abb. 8.2).

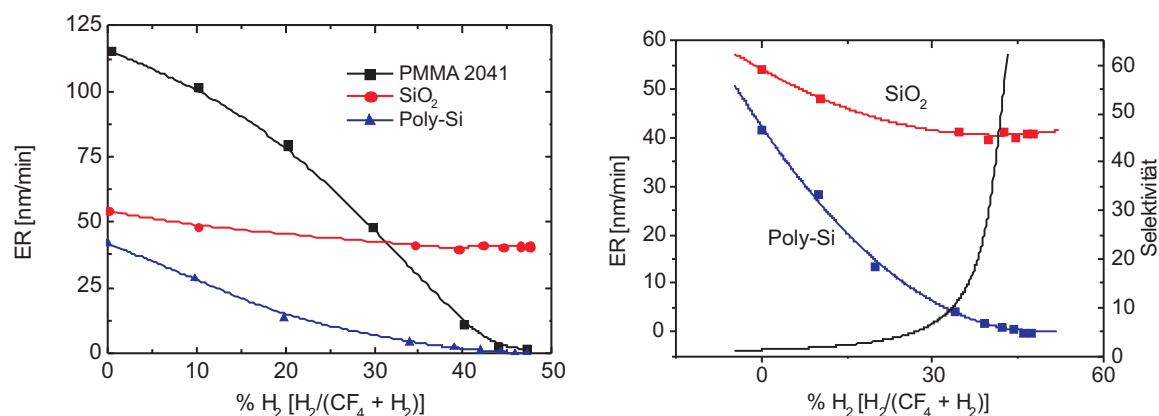


Abb. 8.2. Lks.: Ätzrate von PMMA 2041, Silicium und Siliciumdioxid in Abhängigkeit des Wasserstoffgehalts in einer Gasmischung aus CF₄/H₂ nach [3]. Der Druck war 25 mTorr, die Flußrate 40 sccm. Re. ist die Selektivität zwischen SiO₂ und Si eingezeichnet.

Umgekehrt können weder *p*-Si noch SiO₂ chemisch von Cl₂ geätzt werden. Bei niedriger Plasmaleistung steigt die Ätzrate des Si aber wesentlich steiler an als die des SiO₂, da dessen Gitterenergie wesentlich höher als die des Si ist.

Aufgabe 8.2 F-Radikale können Si spontan ätzen, woraus ein isotropes Ätzprofil folgt. Beschreiben Sie den Bosch-Prozeß, mit dem eine nahezu anisotrope Ätzung möglich ist. Wie erreicht man eine anisotrope Ätzung mit einer Fluorquelle?

Lösung. Zwei Bildfolgen mit langen Legenden zum Bosch-Prozess (Abbn. 8.3 + 8.4).

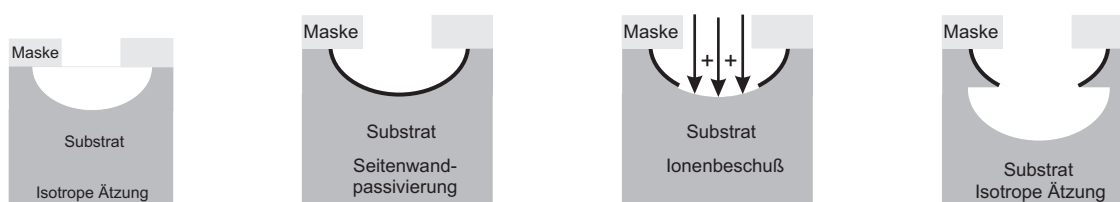


Abb. 8.3. Modell des Bosch-Prozesses, der quasi-anisotropes Ätzen innerhalb der Lebensdauer der Maske ermöglicht. Erster Schritt: Ätzung mit CF₄. Zweiter Schritt: Passivierung, z. B. mit C₄F₈. Dritter Schritt: Nur, wo direkter Ionenbeschuß stattfindet, wird die Passivierung zerstört, und im vierten Schritt kann wieder spontan geätzt werden.

Um auch mit Fluor anisotrop ätzen zu können, darf die Aktivierungsenergie thermisch nicht oder nur von zu wenigen Molekeln überschritten werden können. Es sind also tiefe Temperaturen von etwa $-130\text{ }^{\circ}\text{C}$ erforderlich.

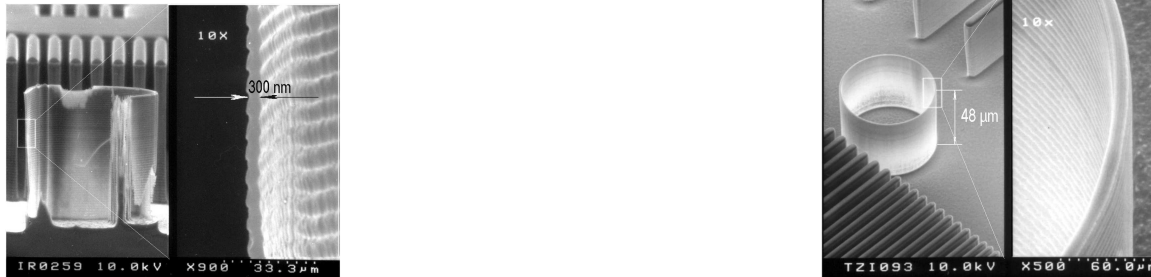


Abb. 8.4. Zwei Beispiele einer anisotropen Ätzung mit $\text{CF}_4/\text{C}_4\text{F}_8$ in Silicium beim Bosch-Prozeß © I. RANGELOW, 2003 (Univ. Kassel). Gut sichtbar sind die sog. *Scallops*. RANGELOW *et al.* erzielten ein Aspektverhältnis von etwa 130.

Aufgabe 8.3 Beim RIE von sub- μ -Löchern in SiO_2 mit Fluorkohlenwasserstoffen stellen Sie eine Verlangsamung der Ätzrate fest, die schließlich bis zum Verschwinden der Ätzrate geht. Wodurch ist das verursacht, und was wäre eine Lösung?

Lösung. Fluorkohlenwasserstoffe werden im Plasma zu Radikalen fragmentiert. Bei niedrigen Bias-Werten findet eher eine Abscheidung denn ein Abtrag statt. Wenn auf dem Boden die Dicke des Polymeren einen Grenzwert überschreitet, kann evidenterweise keine Ätzung mehr stattfinden. In die gleiche Richtung geht eine (intrinsische oder extrinsische) Erhöhung des Wasserstoffanteils im Ätzmittel [8]. Abhilfe: höheres DC-Bias und/oder Reduktion des H-Anteils, z. B. von $\text{CHF}_3 \rightarrow \text{CF}_4$. Bei hohen Aspektverhältnissen kommt zusätzlich ARDE ins Spiel, da die Näherung „collisionless sheath“ irgendwann an ihre Grenzen stößt. Abhilfe: Druckerniedrigung und/oder Bias-Erhöhung.

Aufgabe 8.4 n -Si kann spontan von Cl_2 geätzt werden, dagegen p -Si nicht. Machen Sie zur Erklärung eine Skizze!

Lösung.

Der Angriff von Ionen ist prinzipiell electrophil. In einem n -Halbleiter ist die FERMI-Kante höherenergetisch verschoben, was auf die höhere Elektronendichte zurückzuführen ist (Abb. 8.5). Darüber hinaus ist auch die Erzeugung von Spiegelladungen in n -dotierten Systemen effektiver als in p -dotierten. Also ist die Reaktionsgeschwindigkeit in einem n -Typ höher als in einem nominell undotierten und erst recht höher als in einem p -Typ. Für den n -Typ ist das in Abb. 8.6 gezeigt.

Aufgabe 8.5 In dem berühmten Experiment von WINTERS und COBURN wurde erstmalig der synergetische Einfluß von Ionen auf eine mit Radikalen ablaufenden Reaktion nachgewiesen (Abbn. 8.7 – 8.8) [4]. Beschreiben Sie das Experiment in Ihren Worten. Was lernen wir daraus? Warum wird die Ätzrate mit Chlor zunächst negativ, wenn die Chlorquelle eingeschaltet wird (Abb. 8.8.2)?

Lösung. Dieser Fall ist ein Prototyp des physikalisch induzierten chemischen Ätzens. Die Adsorption von Molekülen an der Oberfläche des Substrates limitiert die chemische Ätzrate. Durch Freischießen dieser „Sites“ mit Ar^+ -Ionen wird die Abtragsrate

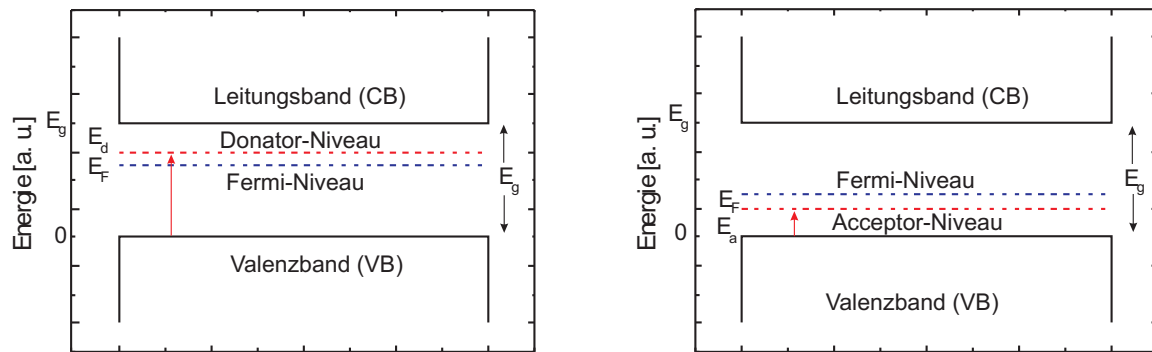


Abb. 8.5. In einem extrinsischen Halbleiter wird auch die FERMI-Energie E_F verschoben: Lks.: in einem n -dotierten Halbleiter dichter ans Leitungsband, in einem p -dotierten dichter ans Valenzband (re.), nicht maßstabsgerecht.

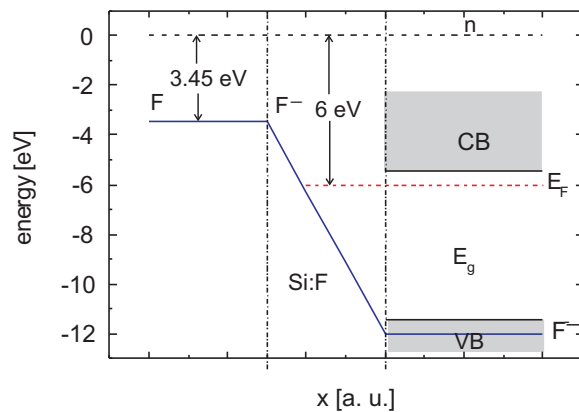


Abb. 8.6. Quantitatives Bild zu Abb. 8.5: n -Doping von Silicium erhöht das FERMI-Niveau, wodurch die Aktivierungsenergie für die Attacke der F-Atome sinkt \Rightarrow Erhöhung der Geschwindigkeitskonstante für die Ätzreaktion.

signifikant erhöht. Die Sputterrate allein ist ebenfalls sehr niedrig, wie man dem Experiment ohne XeF_2 -Fluß entnimmt.

Dieses Experiment zeigte nahezu gleichzeitig mit der von MAYER und BARKER durchgeführten Untersuchung das synergistische Zusammenwirken von Ionen [5] – [7], die aktive Oberflächenzentren erzeugen, beginnend durch ioneninduzierte Desorption adsorbierter Moleküle bis hin zum Abtrag und Freilegung von Valenzen, mit neutralen Molekülen, die an diese „Sites“ andocken und chemisch reagieren. Wir sehen an dem langsamen Abfall in Abb. 8.8.1 beim Abschalten des XeF_2 eine Reflexion der Einschlußzeit ($\tau = \frac{V}{S}$ mit S der Saugleistung in [l/sec], in einem Reaktor mit

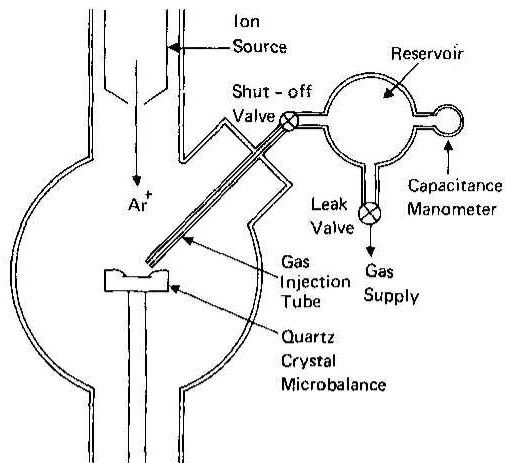


Abb. 8.7. Aufbau des RIE-Reaktors mit der Mikrowaage.

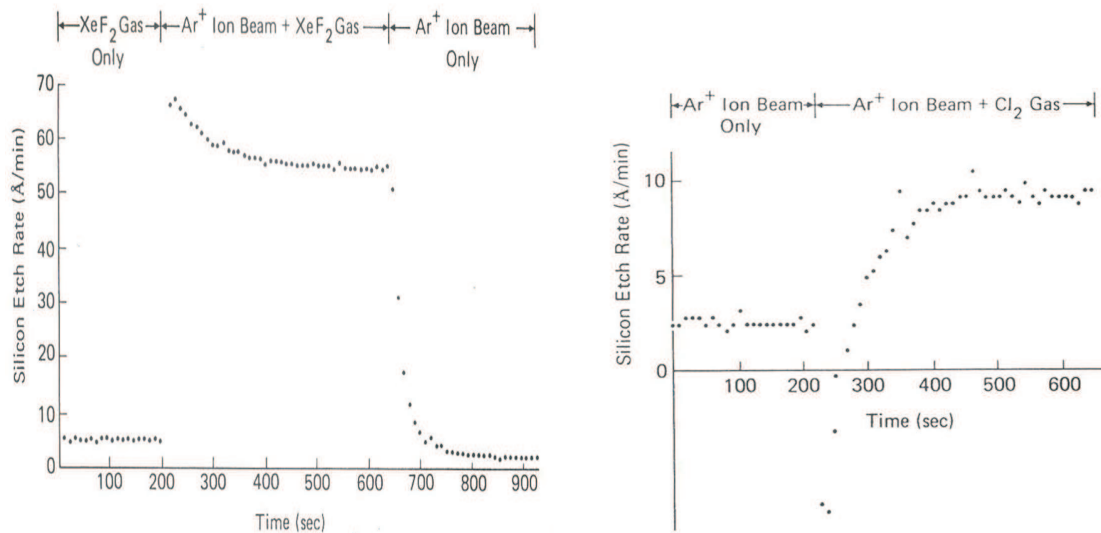


Abb. 8.8. Erzeugung von Synergie beim Trockenätzen mit Ionenunterstützung.

50 l Volumen, der von einer Turbo-Pumpe mit 400 l/sec abgesaugt wird, ist also die mittlere Einschlußzeit etwa 1/10 sec). Demgegenüber ist der Anstieg der Abtragsrate beim Beschuß mit Ar⁺-Ionen sehr viel steiler als der sanfte Abfall beim Abschalten des XeF₂.

Abb. 8.8.2: Nach dem Beschuß mit Ar⁺-Ionen ist die Oberfläche frei von adsorbierten Molekülen. Wird die Oberfläche nun reaktiven Molekülen wie Cl₂ ausgesetzt, findet nicht nur deren Adsorption, sondern gleich eine Chemisorption statt, was mit einer empfindlichen Mikrowaage nachgewiesen werden kann.

Aufgabe 8.6 Beim Veraschen eines Photolacks stellen Sie fest, daß die Veraschungsrate zunächst mit steigender Leistung und steigendem O₂-Fluß zunimmt, um bei höheren Flüssen und hoher Leistung wieder abzufallen (Abb. 8.9). Wieso?

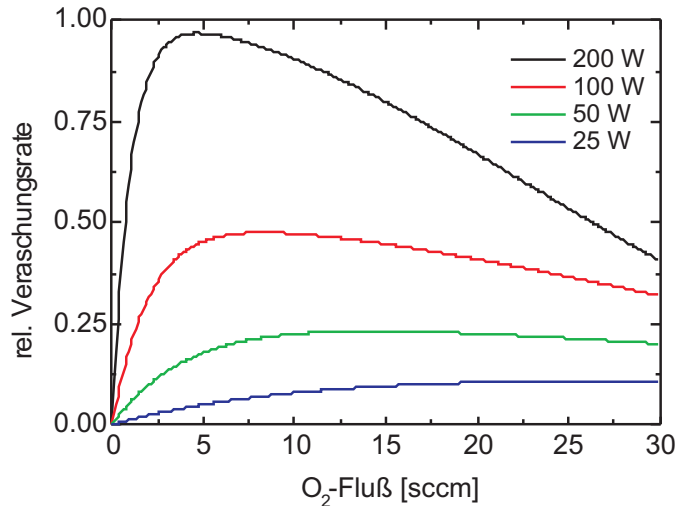


Abb. 8.9. Die Veraschungsrate eines Photolacks als Funktion des O₂-Flusses mit dem Parameter der Mikrowellenleistung.

Lösung. Mit steigender Leistung nimmt die Dichte der Radikale stark zu. Diese sind die ätzende Spezies. Dies ist der Anstieg mit steigender Leistung. Abfall bei höheren Flüssen: Die Radikale werden eher abgesaugt, bevor sie reagiert haben.

Aufgabe 8.7 Was versteht man unter einem diffusionskontrollierten, was unter einem reaktionsratenkontrollierten Prozeß? Unter welchen Bedingungen von Wandtemperatur, Gasdruck und Flußrate ist der Prozeß diffusionskontrolliert (Abb. 8.10)?

Lösung. Eine Reaktion an der Wand ist immer eine chemische Reaktion, also bestimmt durch die Dichte an reaktiven Spezies. Die Reaktion ist dann diffusionskontrolliert, wenn diese ohne Aktivierungsenergie abläuft. Dann ist diese schnell gegenüber der Nachlieferungszeit an reaktiven Spezies.

- Erhöhung der Wandtemperatur erhöht die Reaktionsgeschwindigkeit einer chemischen Reaktion \Rightarrow Verschiebung zur Diffusionskontrolle.
- Erniedrigung des Gasdrucks und des Gasflusses reduziert die Menge an nachlieferbarem Reagens \Rightarrow Verschiebung zur Diffusionskontrolle. Durch die Reduktion des Gasdrucks kommt es nach dem Globalen Modell zu einer Erhöhung der Elektronentemperatur und damit zu einer Erhöhung der relativen Dichte der Radikale und auch der Ionen. Deswegen kann es sein, daß die Reduktion der Teilchenzahldichte durch eine Erhöhung der Dichte an Radikalen überkompensiert wird.

Aufgabe 8.8 Erklären Sie, warum die Ätzrate von SiO₂ in Fluorocarbon-Plasmen mit abnehmender Dicke des Polymerfilms auf der Oberfläche zunimmt. Die Geschwindigkeit welcher physikalischen und chemischen Prozesse nimmt also zu, wenn der Polymerfilm dünner wird (Abb. 8.11)?

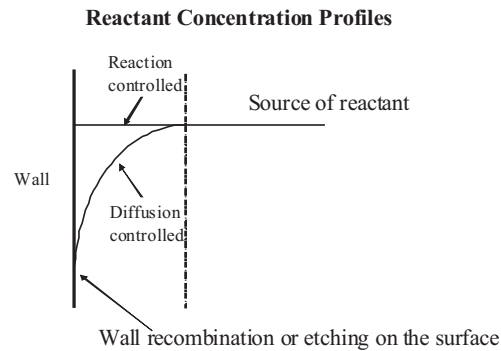


Abb. 8.10. Diffusionskontrolle gegen Reaktionsratenkontrolle, hier gezeigt für eine Reaktion an der Reaktorwand, z. B. Veraschung zu Reinigungszwecken.

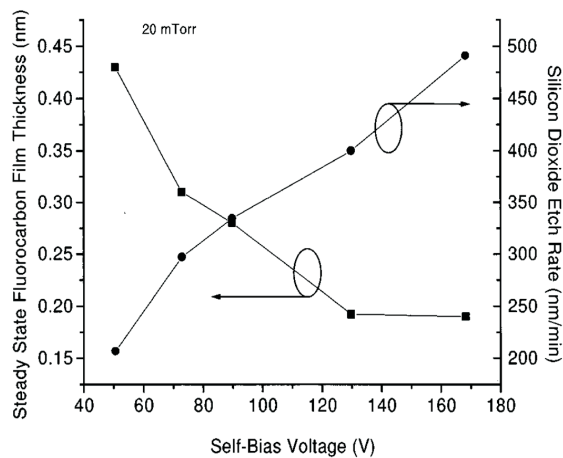


Abb. 8.11. Die Ätzrate von SiO_2 nimmt zu, wenn die Polymerbelegung zurückgeht.

Lösung. Diese Ätzung ist ein Prototyp für die Konkurrenz zwischen PECVD und RIE. CF_4 ist ein gutes Ätzgas — das beste in der Reihe von CH_4 bis CF_4 —, polymerisiert aber insbesondere bei sehr niedrigen Bias-Werten, wodurch die Abtragsrate des Oxids natürlich zurückgeht. Man kann sowohl SiO_2 wie Si ätzen, wobei das Oxid besser zu ätzen geht, da während der Ätzung der Sauerstoff freigesetzt wird, der den sich bildenden Polymer-Film attackiert.

8.2 Loading-Effekt und Microfeatures

Aufgabe 8.9 Definieren Sie den Loading-Effect of 1st order, dann folgend ARDE, RIE-Lag, Loading-Effect of 2nd order, oft auch als Microloading bezeichnet!

Lösung. Der Loading-Effect of 1st order beschreibt die Tatsache, daß die Ätzrate von der Fläche dann abhängt, wenn die Ätzung ein bedeutender Faktor der weiteren Verlustmechanismen

- Diffusion zu den Wänden,
- Rekombination (bei Drücken jenseits von 1 Torr oder 1 mbar),
- Abpumpen

darstellt. Das passiert deswegen, weil das Ätzmittel, das aus dem reaktiven Gas entsteht, bei der Ätzung verbraucht wird, wodurch die Atmosphäre an Ätzmittel verarmt, und die Ätzrate von der Konzentration des Ätzmittels abhängt. Alle mikroskopischen Nicht-Uniformitäten hängen entweder vom Transport der reaktiven Spezies bei Diffusionskontrolle oder von der Verarmung durch Verbrauch ab. Zusätzlich sind auch räumliche Inhomogenitäten dadurch möglich, entweder dadurch, daß die Ätzgase sich nicht gleichmäßig im Reaktor verteilen, oder daß die Anregung durch das Plasma nicht homogen ist (inhomogene Plasmadichte oder -temperatur).

- Microloading beschreibt die Tatsache, daß die Ätzrate von der Packungsdichte ähnlicher oder identischer Strukturen abhängt.
- Das RIE-Lag beschreibt die Tatsache, daß kleinere Strukturen langsamer geätzt werden als große, oder enge langsamer als weit auseinanderstehende.
- ARDE beschreibt die Abhängigkeit der lokalen Ätzrate vom sich während der Ätzung ändernden Aspekt-Verhältnis. Das ist also ein dynamischer Effekt — im Unterschied zu den beiden erstgenannten Effekten.

Also jede Ätzung in ein Loch verlangsamt sich: ARDE, verschieden eng stehende Löcher ätzen ebenfalls unterschiedlich schnell: ARDE. RIE-Lag wurde erstmals von GOTTSCHO beschrieben. Er untersuchte damals Abschattungseffekte sowohl von Ionen wie von Radikalen. Alle Effekte beruhen darauf, daß in engen Strukturen der Transport der Reaktanten wie der Produkte langsamer ist als in weiten.

Aufgabe 8.10 Bei der PR-Veraschung in einem Parallelplatten-Reaktor bei relativ hohen Drücken (1 Torr) wird die Ätzung von Sauerstoffatomen dominiert; der ionische Einfluß ist vernachlässigbar. Man beobachtet eine starke radiale Abhängigkeit über einen ganzflächig mit PR beschichteten Wafer (Abb. 8.12). Der Durchmesser der Elektrode war 12 cm, die Durchmesser der Wafer variierten.

1. Was ist eine notwendige Bedingung für das Auftreten eines derartigen Loading-Effektes?

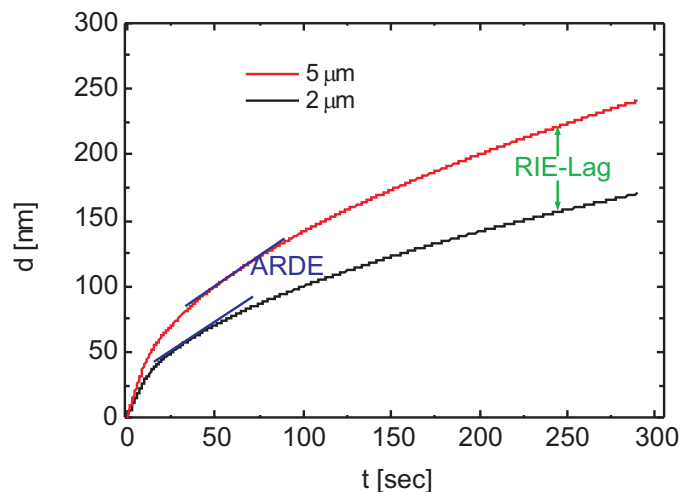


Abb. 8.12. RIE-Lag ist ein statischer, ARDE ein dynamischer Effekt. In beiden Fällen wird aber die Abhängigkeit der Ätzrate von der zu ätzenden Fläche beschrieben.

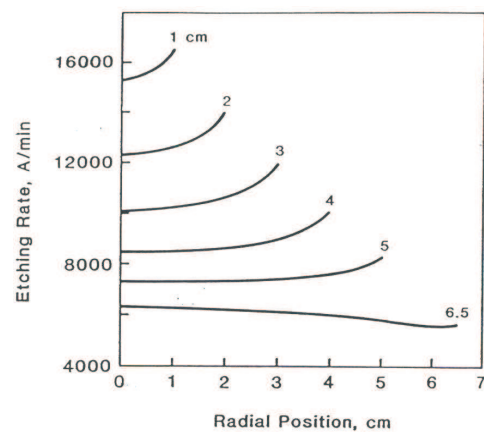


Abb. 8.13. Loading-Effekt in einem CCP-Reaktor.

2. Warum nimmt die Ätzrate zu, wenn der Durchmesser des Substrates zurückgeht?
3. Warum nimmt die Ätzrate zum Waferrand hin zu (Bullseye-Muster)?

Lösung.

1. Ein Loading-Effekt 1. Ordnung tritt auf, wenn die Ätzreaktion, die mit einem Verbrauch reaktiver Spezies darstellt, nicht mehr nur eine untergeordnete Bedeutung hat, sondern gegenüber den beiden Hauptverlustmechanismen, Diffusion an die Wände und Abpumpen, bei höheren Drücken jenseits von 1 000 mTorr auch Rekombination, wichtiger wird.

2. Daher ist in diesem Regime die Ätzrate natürlich um so höher, je kleiner die Fläche ist, die abgetragen werden soll.
3. Dasselbe gilt für den Waferrand. Jenseits desselben nimmt die Konzentration an reaktiver Spezies stark zu (weil die ja nicht verbraucht wird).

8.3 Endpunkterkennung

Aufgabe 8.11 Wie bestimmt man den Endpunkt eines Ätzprozesses? Wie kann OES eingesetzt werden?

Lösung. Annahme: Es liegt ein Sandwich unterschiedlicher Zusammensetzung vor. Es werden Spezies untersucht, die beim Abätzen und Anregung durch Elektronenstoß angeregt werden. Dann wird deren zeitliche Abhängigkeit bestimmt. Oder es wird die Mainkomponente untersucht. Beim Wechsel zur nächsten Schicht wird entweder mehr oder weniger verbraucht. Auch das macht sich in einer Intensitätsänderung bemerkbar.

Aufgabe 8.12 Bei der Laserinterferometrie nutzen Sie die Interferenz als Sonde. Ihre Aufgabe besteht darin, eine 200 nm dicke Deckschicht aus Si_3N_4 ($n = 1,96$) auf Si abzuätzen. Bei der optischen Vergütung ist einfach eine $\lambda/4$ -Schicht notwendig. Um aber eine periodische Struktur zu erkennen, ist die Wiederholung von zwei Perioden erforderlich. Geht das mit einem roten Laser ($\lambda = 634 \text{ nm}$)?

Lösung. Das periodische Muster besteht aus Bergen (konstruktive Interferenz) und Tälern (destruktive Interferenz). Für Auslöschung gilt: Der an der Unterseite der Nitridschicht reflektierte Strahl hat einen optischen Weg

$$\Delta = k \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

zurückgelegt, mit k der Ordnung. Dabei ist

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (2)$$

Der optische Weg Δ ist geometrisch die doppelte Schichtdicke d (hin und zurück):

$$\Delta = 2d. \quad (3)$$

Aus (1) und (3) folgt

$$d = \frac{k \lambda_0}{4 n}, \quad (4)$$

für $k = 2$ also

$$d = \frac{\lambda_0}{2n}, \quad (5)$$

woraus sich für die minimale Schichtdicke 162 nm ergeben. Die Endpunkterkennung ist also möglich.

Aufgabe 8.13 Die Ätzung eines Sandwiches von Poly-Si auf SiO_2 mit Cl_2 liefert das Chlor-Signal (OES) nach Abb. 8.13. Erklären Sie

- den Anstieg des Cl-Signals beim Eintritt in SiO_2 ,
- ob die Ätzung radial uniform oder eher ungleichmäßig ist?

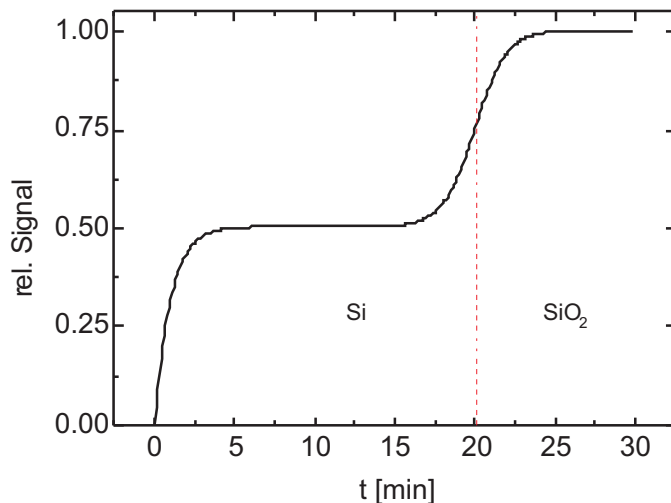


Abb. 8.14. OES zur Endpunkterkennung. Die (relative) Intensität des Cl-Signals (man nimmt eine Atomlinie, z. B. Cl(I) bei 438,8 nm oder 452,2 nm) ist abhängig von der Dichte der Cl-haltigen Verbindungen.

Lösung.

Das Chlor wird beim RIE-Prozeß verbraucht. Wenn die Ätzung zu Ende ist, muß das Cl-Signal folglich ansteigen. Je uniformer der Prozeß abläuft, d. h. je radial gleichmäßiger der Abtrag ist, um so steiler der Verlauf. Der allmähliche Anstieg über etwa 5 min beim Verlassen des Si-Gebietes deutet auf einen hohen Anteil an chemischer Komponente, der konzentrationsabhängig ist.

Aufgabe 8.14 Der Endpunkt einer Ätzung kann auch mit der Ätzkomponente bestimmt werden, deren Dichte dann zunimmt. Wenn man Aktinometrie verwendet:

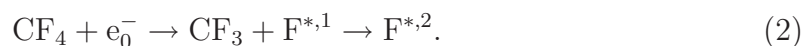
1. Was sind die Bedingungen, die für eine erfolgreiche Anwendung erfüllt sein müssen?
2. In CCPs werden in erster Linie Radikale erzeugt. Kann man die relative Dichte von F-Radikalen mit Aktinometrie bestimmen?

Lösung. Die hauptsächliche Einschränkung bei der relativen Dichtebestimmung von Molekülen ist die Vielfalt der Anregungsmöglichkeiten. Voraussetzung für die Gültigkeit des Corona-Modells bei Edelgasen ist die Anregung aus dem Grundzustand und die spontane Relaxation über Emission. Außerdem sollte die Anregungsenergien des Actinometer-Gases und des zu untersuchenden Gases ähnlich sein, damit der Streuquerschnitt ähnlich ist.

In ihrer grundlegenden Arbeit zeigten COBURN und CHEN [9], daß das F-Signal bei 7037 Å zum Monitoring ungeeignet ist. Koppelt man es aber mit der Ar-Linie bei 7504 Å (die Ar-Dichte kennt man ja!), kann man die F-Dichte besser korrelieren. Die Hauptschwierigkeit liegt aber darin, daß die Anregung zum F*-Radikal nicht nur durch die Reaktion



möglich ist — daraus würden wir dann die Dichte der freien F-Radikale bestimmen —, sondern z. B. auch aus dieser Reaktion:



Diese Reaktion täuscht also bei der Annahme, daß der Zustand F^{*,1} nur aus dem Grundzustand des thermischen F-Radikals erreicht werden könne, eine zu hohe Konzentration an F-Atomen vor!

9 Plasmadiagnostik

9.1 Bulk-Temperatur

Aufgabe 9.1 Die DOPPLERverschiebung eines sich mit der Geschwindigkeit v bewegendem Objekts ist gegeben durch

$$\lambda' = \lambda \pm \frac{v}{\nu_0}, \quad (1)$$

wenn

$$\lambda = \frac{c}{\nu_0}. \quad (2)$$

Dann ist die halbe Spektralverbreiterung

$$\frac{\delta}{2} = \Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{v}{\nu_0} = \frac{v}{c} \cdot \frac{c}{\nu_0} = \frac{\lambda}{c} \cdot v. \quad (3)$$

Die durch den DOPPLEReffekt bedingte Verbreiterung einer Spektrallinie, die meist bei der Halbwertsbreite angegeben wird, und die man als GAUSSkurve approximieren kann, ist

$$\pm\delta_{\text{FWHM}} = \frac{\lambda}{c} \cdot v_{\text{max}} \ln 2 = \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} \ln 2 = \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} \sqrt{\ln 2}, \quad (4)$$

wobei die erste Wurzel das Maximum und die zweite Wurzel die Halbwertsbreite der GAUSSschen Glockenkurve — was die Geschwindigkeit angeht — definiert. Bestimmen Sie aus der Halbwertsbreite von $\frac{1}{2}\delta = 0,015 \text{ \AA}$ bzw. $0,0108 \text{ \AA}$ der He-Linie bei 5876 \AA die Temperaturen des leuchtenden Heliums!

Lösung. Die Temperaturen ergeben sich zu 25 bzw. $-196 \text{ }^\circ\text{C}$.

9.2 Elektronentemperatur

Aufgabe 9.2 Eine der kritischsten Größen ist die Elektronentemperatur in athermischen Plasmen. Warum? Was gibt es für analytische Funktionen zur Beschreibung

von T_e ? Wie kann man am einfachsten bestimmen, ob es sich um eine MB-Verteilung oder einen andere handelt?

Lösung. Für Billardkugeln mit hard-sphere-Potential gilt die MB-Verteilung. Man kann zeigen, daß nach bereits sechs elastischen Stößeine MB-Verteilung erreicht wird. Dies gilt für geladene Partikeln nicht. Inesbesondere bei niedrigen Drücken mit niedrigen Stoßzahlen erhält man athermische Verteilungen deswegen, weil bei Stößen zwischen Partikeln stark ungleicher Masse nur sehr wenig kinetische Energie ausgetauscht wird.

Neben der MB-Verteilung gibt es als andere analytische Verteilung noch die D-Verteilung. Alle Verteilungen weisen einen Scheitelpunkt auf, der im Gegensatz zur GAUSSSchen Glockenkurve asymmetrisch zur mittleren Energie liegt und das Ergebnis zweier konkurrierender Funktionen ist. Die Auftragung als ARRHENIUS-Plot liefert für MB in dem Bereich, in dem die Exponentialfunktion dominiert, eine fallende Gerade, für D dagegen eine nach unten offene Parabel (Abbn. 9.1).

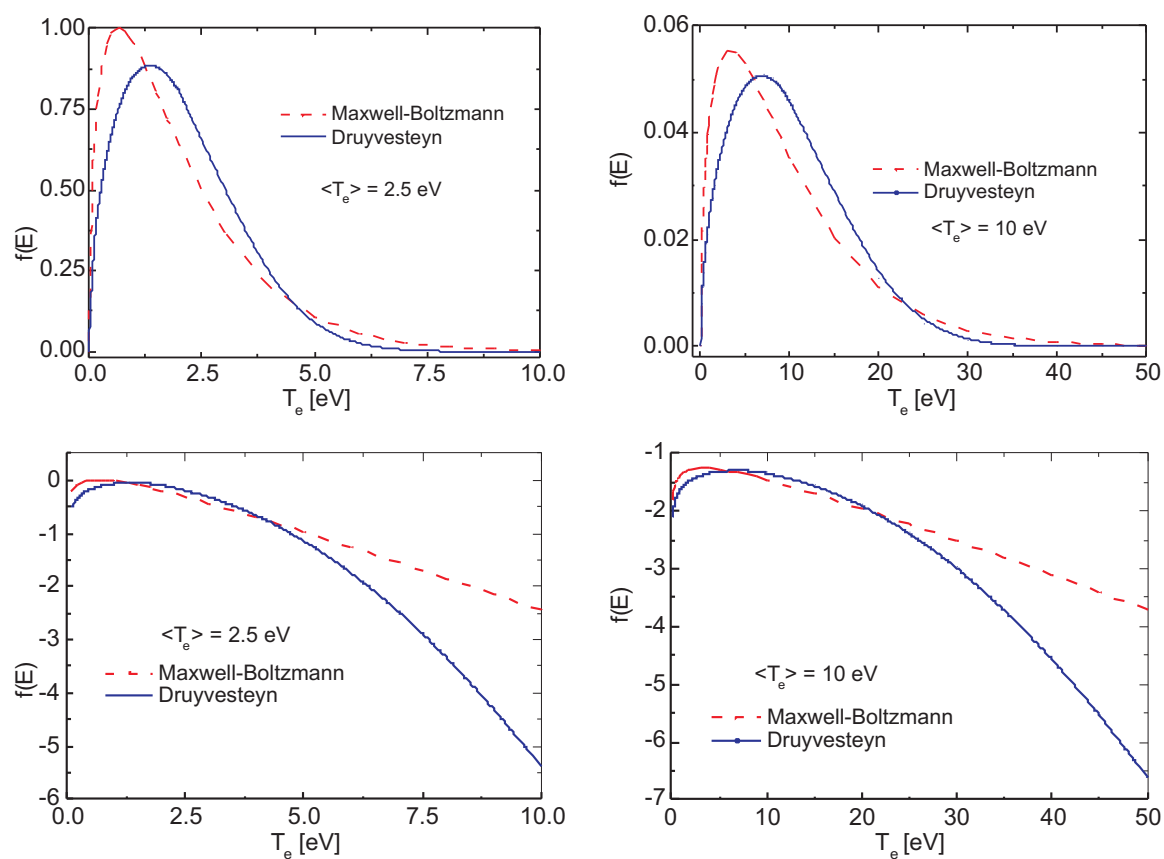


Abb. 9.1. MB- und D-Verteilung für zwei verschiedenen Elektronentemperaturen. Oben direkter Vergleich zwischen den Temperaturen 2,5 und 10 eV, unten logarithmiert.

Literaturverzeichnis

- [1] E. Dulkeith: *Optische Charakterisierung von Hybridsystemen aus Gold-Nanopartikeln und Farbstoffmolekülen*, Ph.D.-Thesis, LMU München, 2004
- [2] G.S. Oehrlein et al., *J. Vac. Sci. Technol.* **A 17**, 26 (1999)
- [3] J.P. Chang, J.W. Coburn: *Plasma-surface interactions*, *J. Vac. Sci. Technol.* **A 21**, S145 (2003)
- [4] J.W. Coburn, H.F. Winters: *Ion and Electron Assisted Gas-Surface Chemistry—an Important Effect in Plasma Etching*, *J. Appl. Phys.* **50**, 3189 (1979)
- [5] T.M. Mayer, R.A. Barker, L.J. Whitman: *Investigation of plasma etching mechanisms using beams of reactive gas ions*, *J. Vac. Sci. Technol.* **18**, 349 (1981)
- [6] T.M. Mayer, R.A. Barker: *Reactive Ion Beam Etching with CF₄: Characterization of a Kaufman Ion Source and Details of SiO₂ Etching*, *J. Electrochem. Soc.* **129**, 585 (1982)
- [7] T.M. Mayer, R.A. Barker: *Simulation of plasma-assisted etching processes by ion-beam techniques*, *J. Vac. Sci. Technol.* **21**, 757 (1982)
- [8] J. Coburn, E. Kay: *Some Chemical Aspects of the Fluorocarbon Plasma Etching of Silicon and Its Compounds*, *IBM J. Res. Develop.* **23**, 33 (1979)
- [9] J. Coburn, M. Chen: *Optical emission spectroscopy of reactive plasmas: A method for correlating emission intensities to reactive particle density*, *J. Appl. Phys.* **51**, 3134 (1980)